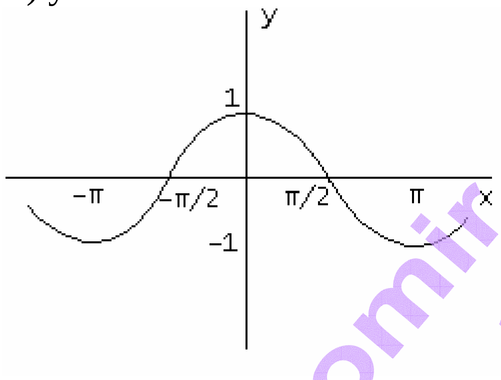
№108

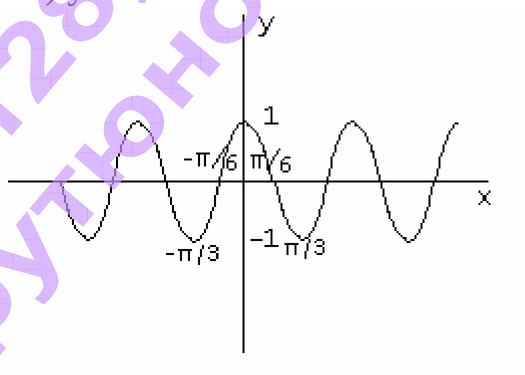
y=-2cos(3x+1)

В качестве исходного возьмём график функции y=cosx. Затем строим график функции y=cos3x сжатием вдоль оси абсцисс в 3 раза. После этого строим график функции y=cos(3x+1) сдвигом на 1/3 влево, затем строим y=2cos(3x+1) растягиванием вдоль оси ординат в два раза и, наконец, строим график y=-2cos(3x+1) зеркальным отображением относительно оси OX последнего графика.

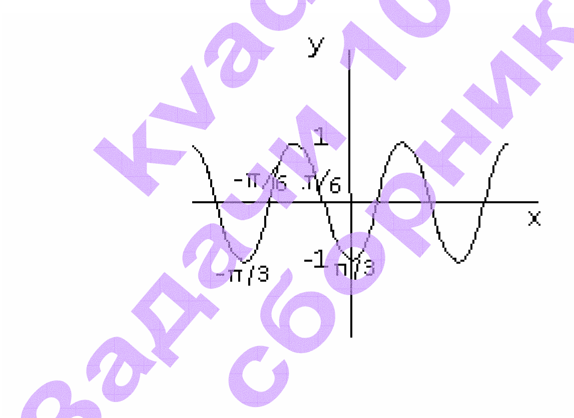
1) y=cosx



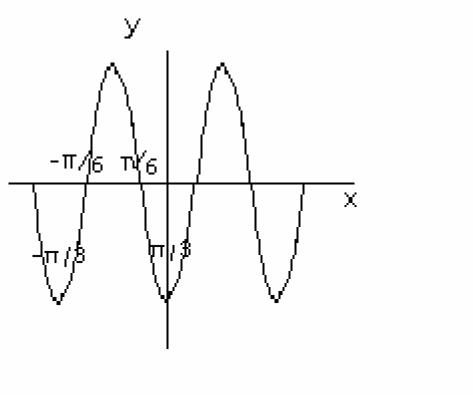
2) y=cos3x



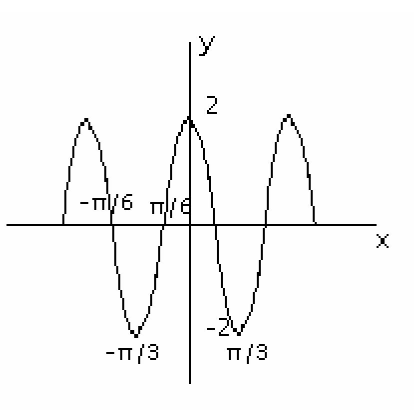
3)y=cos(3x+1)



4) y=2cos(3x+1)



5) y=-2cos(3x+1)



№ 118

$$a)\lim_{x\to\infty}\frac{5x^2-3x+1}{3x^2+x-5}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{5-\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}}{3+\frac{1}{x}-\frac{5}{x^2}}=\frac{5}{3}$$

$$б)\lim_{x\to3}\frac{\sqrt{2x-1}-\sqrt{5}}{x-3}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to3}\frac{(\sqrt{2x-1}-\sqrt{5})(\sqrt{2x-1}+\sqrt{5})}{(x-3)(\sqrt{2x-1}+\sqrt{5})}=\lim_{x\to3}\frac{2x-1-5}{(x-3)(\sqrt{2x-1}+\sqrt{5})}=$$

$$=\lim_{x\to3}\frac{2x-6}{(x-3)(\sqrt{2x-1}+\sqrt{5})}=\lim_{x\to3}\frac{2(x-3)}{(x-3)(\sqrt{2x-1}-\sqrt{5})}=\lim_{x\to3}\frac{2}{\sqrt{2x-1}+\sqrt{5}}=\frac{2}{2\sqrt{15}}=\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$в)\lim_{x\to0}\frac{tg^2\frac{x}{2}}{x^2}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to0}\frac{\sin^2\frac{x}{2}}{\cos^2\frac{x}{2}-x^2}=\lim_{x\to0}\frac{\sin^2\frac{x}{2}}{\frac{x^2}{4}}*\frac{\frac{1}{4}}{\cos^2\frac{x}{2}}=1*\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$$

$$г)\lim_{x\to1}(7-6x)^{\frac{x}{3x-3}}=\lim_{x\to1}(1+6-6x)^{\frac{x}{3(x-1)}}=\lim_{x\to1}(1+6(1-x))^{\frac{x}{3(x-1)}}=$$

при $x\to1$

$\alpha = x-1$

$\alpha\to0$

$x=\alpha+1$

$$=\lim_{\alpha\to1}(1+6(-\alpha))^{\frac{\alpha+1}{3\alpha}}=\lim_{\alpha\to1}(1-6\alpha)^{\frac{1}{-6\alpha}(-6\alpha)\frac{\alpha+1}{\alpha}}=e^{-6\lim\limits_{\alpha\to1}(\alpha+1)}=e^{-6(0+1)}=e^{-6}.$$

http://kvadromir.com/arutunov_sbornik.html

№128

$f(x) = 15^{\frac{1}{8-x}} \qquad x_1 = 6 \qquad x_2 = 8$

1) При $x_1 = 6 \qquad f(x) = 15^{\frac{1}{8-x}} = 15^{\frac{1}{2}} = \sqrt{15}$

Следовательно, точка $x_1 = 6$ неявляется тчкой разрыва функции.

Функция определена для всех x_1, за исключением $x = 8$ $D(y) = (-\infty;8) \cup (8;+\infty)$

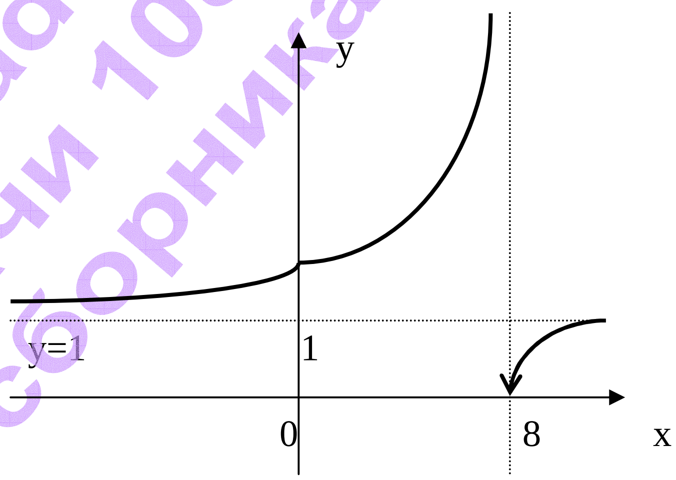
Следовательно, $x_2 = 8$ - точка разрыва функции:

2) $\lim\limits_{x \to 8-0} 15^{\frac{1}{8-x}} = +\infty$

$\lim\limits_{x \to 8+0} 15^{\frac{1}{8-x}} = \lim\limits_{x \to 8+0} 15^{\frac{1}{8-x}} = 15^{\frac{1}{8-(8+0)}} = 15^{\frac{1}{-0}} = 15^{-\infty} = \frac{1}{15^{+\infty}} = \frac{1}{+\infty} = 0.$

$\lim\limits_{x \to 0} 15^{\frac{1}{8-x}} = 1 \Rightarrow -$ горизонтальная асимптота графика.

3) Схематический чертёж:



№138

$$f(x)=\begin{cases}-x^2, & x\le 0\\ tgx, & 0<x\le\dfrac{\pi}{4}\\ 2, & x>\dfrac{\pi}{4}\end{cases}$$ Данная функция задана тремя элементарными функциями, определенными для различных интервалов изменения x.

Исследуем точки $x=0$ и $x=\frac{\pi}{4}$ на непрерывность. $\lim\limits_{x\to 0-0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}(-x^2)=0$ – левосторонний предел f(x) при $x\to 0$

$\lim\limits_{x\to 0+0}=\lim\limits_{x\to 0} tgx=0$ – првосторонний предел f(x) при $x\to 0$

$\lim\limits_{x\to 0-0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0+0} f(x)=f(0)=0$, т.е. $x=0$ - точка непрерывности функции f(x)

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}-0} f(x)=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}-0} tgx=1$ – левосторонний предел f(x) при $x\to\frac{\pi}{4}$

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}+0} f(x)=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} 2=2$ – правосторонний предел f(x) при $x\to\frac{\pi}{4}$

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}-0} f(x)\ne\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}+0} f(2)$, т.е. точка $x=\frac{\pi}{4}$ – точка разрыва функции f(x)

Строим график

при $x\in(-\infty;0]$ график f(x) - парабола

при $x\in\left(0;\frac{\pi}{4}\right]$ график f(x) - тангенсоида

при $x\in\left(\frac{\pi}{4};+\infty\right)$ - график f(x) - прямая y = 2.