Контрольная работа 12. Вариант 7. Номера 527, 537, 547, 557, 567,577

№527

Найдем вероятность выбора дефектного изделия $p = \frac{10}{1000} = 0,01$

Тогда $q = 1\text{-}p = 0,99$. По теореме Муавра-Лапласа: $p_n(m) = \frac{1}{\sqrt{npq}} * f(x)$

Найдем x: $x = \frac{m - np}{\sqrt{npq}} = \frac{3\text{-}50*0,01}{\sqrt{50*0,99*0,01}} \approx 3,5533$. Тогда

$$p(A) = \frac{1}{\sqrt{50*0,01(1-0,01)}} * e^{-\frac{3,55^2}{2}} = \frac{1}{\sqrt{0,495}} * 0,0007 \approx 0,001.$$

Контрольная работа 12. Вариант 7. Номера 527, 537, 547, 557, 567,577

№537

$x_1 < x_2$

$P_1 = 0,8;$ $\quad M(x) = 3,2;$ $\quad P(x) = 0,16.$

Решение:

Найдем $\quad P_2 = 1 - P_1 = 1 - 0,8 = 0,2$

$M(x) = x_1P_1 + x_2P_2 = 3,2$

$x_1 * 0,8 + x_2 * 0,2 = 3,2$

$4x_1 + x_2 = 16 \quad (1)$

$D(x) = M(x^2) - [M(x)]^2 = 0,16$

$x_1{}^2P_1 + x_2{}^2P_2 - 3,2^2 = 0,16$

$x_1{}^2 * 0,8 + x_2{}^2 * 0,2 = 0,16 + 10,24$

$4x_1{}^2 + x_2{}^2 = 52 \quad (2)$

$x_1 = y.$ Из (1) $x_2 = 16\text{-}4y$ и подставим в (2):

$4y^2 + (16\text{-}4y)^2 = 52$

$4y^2 + 256 - 128y + 16y^2 = 52$

$20y^2 - 128y + 204 = 0$

$y_{1,2} = \frac{128 \pm \sqrt{16384 - 16320}}{40} = \frac{128 \pm 8}{40}$

$y_1 = 3; \quad y_2 = 3,4$

а) $x_1 = 3; \quad x_2 = 16 - 4x_1 = 4$

б) $x_1 = 3,4; \quad x_2 = 16 - 4x_1 = 2,4$ противоречит условию $x_1 < x_2$

Таким образом закон распределения:

x	3	4
p	0,8	0,2

547

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \frac{x^2}{4}, & 0<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$$

$P_x(x)-?;\ \ M(x)-?;\ \ P(x)-?$

Решение:

Найдём плотность распределения, для чего продифференцируем по x инегральную функцию.

$$P_x(x)=F'(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \frac{x}{2}, & 0<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$$

Математическое ожидание:

$$M(x)=\int_{-\infty}^{\infty} xP_x(x)dx=\int_{-\infty}^{0} x*0dx+\int_{0}^{2} x\frac{x}{2}dx+\int_{2}^{\infty} x*0dx=\int_{0}^{2}\frac{x^2}{2}dx=\left.\frac{x^3}{6}\right|_0^2=1\frac{1}{3}$$

Дисперсия:

$$D(x)=\int_{-\infty}^{\infty} x^2P_x(x)dx-[M(x)]^2=\int_{0}^{2} x^2\frac{x}{2}dx-\frac{16}{9}=\left.\frac{x^4}{8}\right|_0^2-\frac{16}{9}=\frac{2}{9}.$$

№557

$a=4\quad \sigma=5\quad \alpha=2\quad \beta=11$

Решение:

Вероятность попадания в инервал $]a,b[$ случайной величины x, подчинённой нормальному закону, определяется через значения функции Лапласа по формуле.

$$P(\alpha<x<\beta)=\Phi\left(\frac{\beta-a}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{\alpha-a}{\sigma}\right)$$

$$p(2<x<11)=\Phi\left(\frac{11-4}{5}\right)-\Phi\left(\frac{2-4}{5}\right)=\Phi\left(\frac{7}{5}\right)-\Phi\left(-\frac{2}{5}\right)=\Phi(1{,}4)+\Phi(0{,}4)=0{,}4192+0{,}1554=0{,}5646.$$

№567

$$p_1 = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,9 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \text{Найти } P_2\begin{pmatrix} p_{11}(2) & p_{12}(2) \\ P_{21}(2) & p_{22}(2) \end{pmatrix}$$

Решение:

Воспользуемся формулой $p_2 = p_1^2$

$$p_2 = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,9 & 0,1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,9 & 0,1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,8*0,8+0,2*0,9 & 0,8*0,2+0,2*0,2 \\ 0,9*0,8+0,1*0,9 & 0,9*0,2+0,1*0,1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,82 & 0,2 \\ 0,81 & 0,19 \end{pmatrix}.$$

№577

$\gamma = 0,95 \quad \bar{x} = 75,11 \quad n = 144 \quad \sigma = 12$

Найти доверительный интервал для a.

$$\Phi(t_j) = \frac{j}{2} = \frac{0,95}{2} = 0,475$$

$t_j = 1,96.$

Решение:

Воспользуемся формулой:

$$\bar{x} - 1,96\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + 1,96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Подставляя данные получаем:

$$75,11 - 1,96\frac{12}{\sqrt{144}} < a < 75,11 + 1,96\frac{12}{\sqrt{144}}$$

Окончательно:

$73,15 < a < 77,07.$