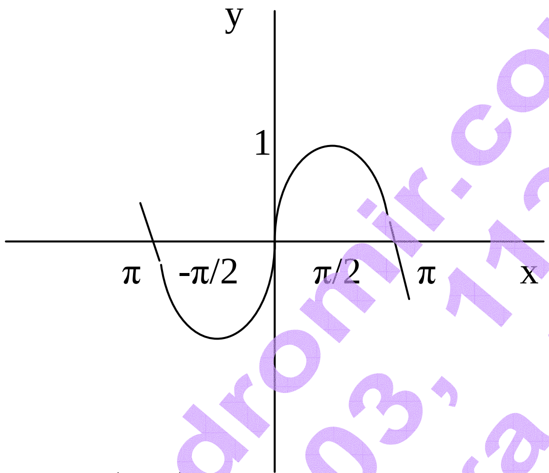
Задачи 103, 113, 123, 133

http://kvadromir.com/arutunov_sbornik.html

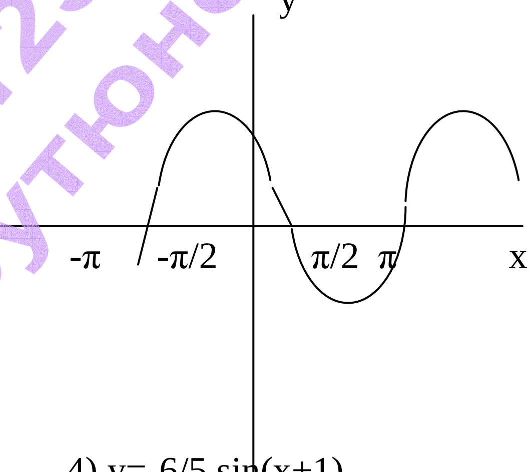
№103

В качестве исходного возьмём график функции y=sinx . Затем строим график функции y=sin(x+1) сдвигом вдоль оси OX на 1 единицу влево после этого строим график функции y=6/5 sin(x+1), увеличивая предыдущий график функции в 6/5 раза вдоль оси ординат. Наконец, отражая относительно оси ординат последний график, получим график функции y=-6/5 sin(x+1).

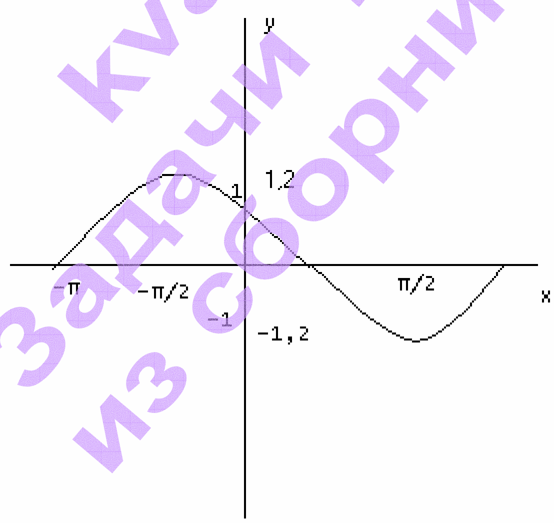
1) sinx



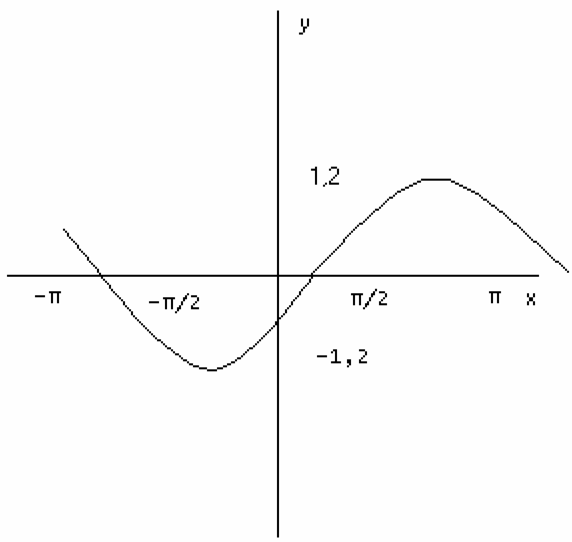
2) y=sin(x+1)



3) y=6/5 sin(x+1)



4) y=-6/5 sin(x+1)



№ 113

$$a)\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3+x^2-5}{x^3+x-2}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3+x^2-5}{x^3+x-2}=\lim_{x\to\infty}\frac{2+\frac{1}{x^2}-\frac{5}{x^3}}{1+\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x^3}}=2$$

$$б)\lim_{x\to1}\frac{x-\sqrt{x}}{x^2-x}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to1}\frac{x-\sqrt{x}}{x^2-x}=\lim_{x\to1}\frac{(x-\sqrt{x})(x+\sqrt{x})}{(x^2-x)(x+\sqrt{x})}=$$

$$=\lim_{x\to1}\frac{x^2-x}{(x^2-x)(x+\sqrt{x})}=\lim_{x\to1}\frac{1}{x+\sqrt{x}}=\frac{1}{2}$$

$$в)\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{1-\cos 2x}}{|x|}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{1-\cos 2x}}{|x|}=$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{\sin^2 x+\cos^2 x-\cos^2 x+\sin^2 x}}{|x|}=$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{2\sin^2 x}}{|x|}=\lim_{x\to0}\frac{\sin x}{x}\sqrt{2}=\sqrt{2}$$

$$г)\lim_{x\to\infty}\left(\frac{4x+1}{4x}\right)^{2x}=\left(1^{\infty}\right)$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{4x+1}{4x}\right)^{2x}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{4x}\right)^{2x}=\lim_{x\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{4x}\right)^{4x}\right]^{\frac{1}{2}}=e^{\frac{1}{2}}=\sqrt{e}.$$

http://kvadromir.com/arutunov_sbornik.html

№123

$f(x)=12^{\frac{1}{x}};\quad x_1=0;\quad x_2=2$

$D(x)=(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$

$x_1=0\notin D(x)\Rightarrow$ в $x_1=0$ функция разрывна.

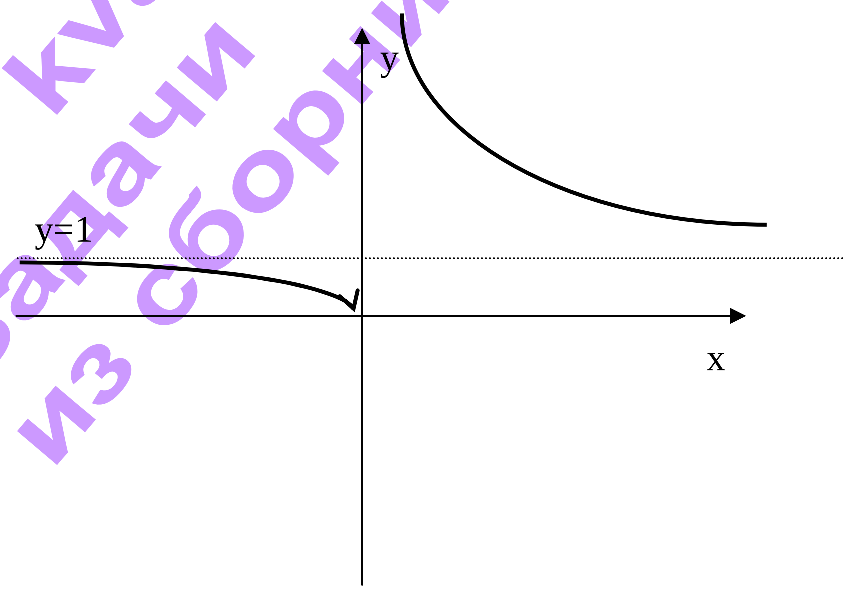
$x_2=2\in D(x)\Rightarrow$ в точке $x_2=2$ функция непрерывна.

$\lim\limits_{x\to 0-0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0-0}12^{\frac{1}{x}}=12^{\frac{1}{0-0}}=12^{\frac{1}{-0}}=12^{-\infty}=\frac{1}{12^{+\infty}}=\frac{1}{\infty}=0$

$\lim\limits_{x\to 0+0} f(x)=12^{\frac{1}{0+0}}=12^{+\infty}=+\infty$

Гризонтальная асимптота $y=1$

x_1 – точка разрыва II порядка.



№133

$$f(x)=\begin{cases}-x, & x\le 0\\ -(x-1)^2, & 0<x<2\\ x-3, & x\ge 2\end{cases}$$

На интервале (-∞;0),(2;+∞) функция непрерывна как линейная. На итервале (0;2) функция непрерывна как квадратичная. Исследуем точки $x=0, x=2$ на непрерывность.

$\lim\limits_{x\to 0-0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}(-x)=0$ - левосторнонний предел $f(x)$ при $x\to 0$.

$\lim\limits_{x\to 0+0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}(x-1)^2=-1-$ правосторонний предел f(x) при $x\to 0$

$\lim\limits_{x\to 0-0} f(x)\ne \lim\limits_{x\to 0+0} f(x)$ т.е. $x=0$ - точка разрыва II порядка.

$\lim\limits_{x\to 2-0} f(x)=\lim\limits_{x\to 2}-(x-1)^2=-1$ - левосторонний предел f(x) при $x\to 2$

$\lim\limits_{x\to 2+0} f(x)=\lim\limits_{x\to 2}x-3=-1$ - правостонний предел f(x) при $x\to 2$.

$\lim\limits_{x\to 2-0} f(x)=\lim\limits_{x\to 2+0} f(x)=f(2)=-1$, т.е. $x=2$ - точка нерерывности.

Строим график:

при $x\in$ (-∞;0] график - прямая линия.

при $x\in$ (0;2) график - парабола

при $x\in$ [2;+∞) график - прямая линия.