№522

Введём следующие обозначения:

$H_1 = \{$из первой урны во вторую переложили белый шар

$H_2 = \{$из первой урны во вторую переложили чёрный шар.

$A - \{$выкинутый шар оказался чёрным

Искомую вероятность найдём по формуле полной вероятности:

$$P(A) = \sum_{L=1}^{n} P(H_L) P\left(\frac{A}{H_i}\right)$$

Находим:

$$P\left(\frac{A}{H_1}\right) = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

$$P\left(\frac{A}{H_2}\right) = \frac{11}{16}$$

$$P(H_1) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

$$P(H_2) = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

Подставляя эти значения в формулу получим:

$$P(A) = \frac{1}{3} * \frac{5}{8} + \frac{2}{3} * \frac{11}{16} = \frac{5}{24} + \frac{11}{24} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}.$$

532

$x_1 < x_2; p_1 = 0{,}3; M(x) = 3{,}7; D(x) = 0{,}21$

Найдём $p_2 = 1 - p_1 = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$

$M(x) = x_1 p_1 + x_2 p_2 = 3{,}7$

$x_1 * 0{,}3 + x_2 * 0{,}7 = 3{,}7$

$x_1 = \dfrac{3{,}7 - x_2 * 0{,}7}{0{,}3},$

$D(x) = M(x^2) - [M(x)]^2 = 0{,}21$

$x_1^2 * p_1 + x_2^2 p_2 - 3{,}7^2 = 0{,}21$

$x_1^2 * 0{,}3 + x_2^2 * 0{,}7 = 13{,}9$

Подставляем в это уравнение выражение для x_1 :

$(3{,}7 - x_2 * 0{,}7)^2 * 0{,}3 + x_2^2 * 0{,}063 = 1{,}251$

$13{,}69 - 5{,}18 x_2 + 0{,}49 x_2^2 + 0{,}21 x_2^2 = 4{,}17$

$0{,}7 x_2^2 - 6{,}18 x_2 + 9{,}52 = 0$

$x_2^2 - 7{,}4 x_2 + 13{,}6 = 0$

$D = 54{,}76 - 54{,}4 = 0{,}36$

$x_2^{(1)} = \dfrac{7{,}4 - 0{,}6}{2} = 3{,}4; x_2^{(2)} = \dfrac{7{,}4 + 0{,}6}{2} = 4$

$x_1^{(1)} = \dfrac{3{,}7 - 3{,}4 * 0{,}7}{0{,}3} = 4{,}4$ - не удовлетворяет условию $x_1 < x_2$

$x^{(2)}{}_1 = \dfrac{3{,}7 - 4 * 0{,}7}{0{,}3} = 3$

Таким образом закон распределения:

x	3	4
p	0,3	0,7

542

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ \dfrac{x^2-x}{2}, & 1<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$$

Плотность распределения вероятностей:

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ x-\dfrac{1}{2}, & 1<x\le 2\\ 0, & x>2\end{cases}$$

Мат. ожидание

$$M(x)=\int_{-\infty}^{\infty}x*f(x)dx=\int_1^2\left(x^2-\frac{x}{2}\right)dx=\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{4}\right)\Big|_1^2=\frac{8}{3}-\frac{4}{4}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{32-12-4+3}{12}=\frac{19}{12}$$

Дисперсия:

$$D(x)=M(x^2)-[M(x)]^2=\int_1^2\left(x^2-\frac{x^2}{2}\right)dx-\left(\frac{19}{12}\right)^2=\left(\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{6}\right)\Big|_1^2-\frac{361}{144}=4-\frac{4}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{361}{144}=$$

$$=\frac{576-192-36+24-361}{144}=\frac{11}{144}.$$

http://kvadromir.com/arutunov_sbornik_12.html — решебник Арутюнова Ю.С. Контрольная работа 12. Вариант 2. Номера 522, 532, 542, 552, 562,572

№552

а = 9; σ = 5; α = 5; β = 14

Вероятность того, что случайная величина х приняла значение из интервала (αβ) равна:

$$p(\alpha<x<\beta)=\Phi\left(\frac{\beta-a}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{\alpha-a}{\sigma}\right)$$

Подставляя значение, получил:

$$p(5<x<14)=\Phi\left(\frac{14-9}{5}\right)-\Phi\left(\frac{5-9}{5}\right)=\Phi(1)-\Phi(-0,8)=0,3413+0,2881=0,6294.$$

№562

$$p_1 = \begin{pmatrix} 0{,}2 & 0{,}8 \\ 0{,}3 & 0{,}7 \end{pmatrix}$$

$$p_2 = p_1^2$$

$$p_2 = \begin{pmatrix} 0{,}2 & 0{,}8 \\ 0{,}3 & 0{,}7 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0{,}2 & 0{,}8 \\ 0{,}3 & 0{,}7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}04+0{,}24 & 0{,}16+0{,}56 \\ 0{,}06+0{,}21 & 0{,}24+0{,}49 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}28 & 0{,}72 \\ 0{,}27 & 0{,}73 \end{pmatrix}.$$

№572

$\gamma = 0{,}95; \quad \bar{x} = 75{,}16; \quad n = 49; \quad \sigma = 7$

Для нахождения доверительного интервала воспользуемся формулой:

$$\bar{x} - t\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + t\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Найдём t из соотношения $\Phi(t) = \frac{0{,}95}{2} = 0{,}475.$

По т табли находим $t = 1{,}96.$

Подставляя величины, получим:

$$75{,}16 - 1{,}96 \cdot \frac{7}{\sqrt{49}} < a < 75{,}16 + 1{,}96 \cdot \frac{7}{\sqrt{49}}$$

$$73{,}2 < a < 77{,}12.$$