

$$y = \frac{3}{2} \sin(2x + 3)$$

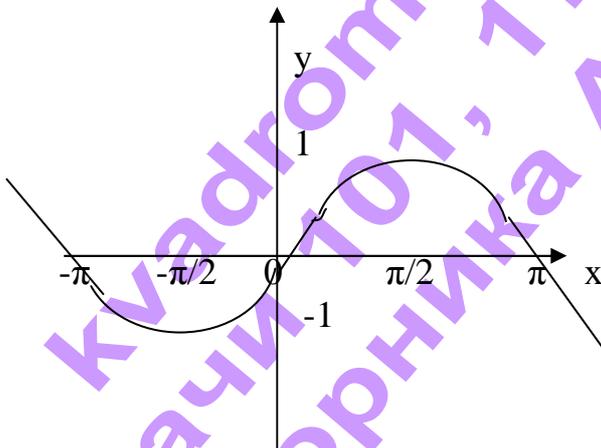
В качестве исходного возьмём график функции $y = \sin x$. Затем строим $y = \sin\left(x + \frac{3}{2}\right)$ сдвигом

вдоль OX $\frac{3}{2}$ единицы влево. После этого строим график функции $y = \sin 2\left(x + \frac{3}{2}\right)$

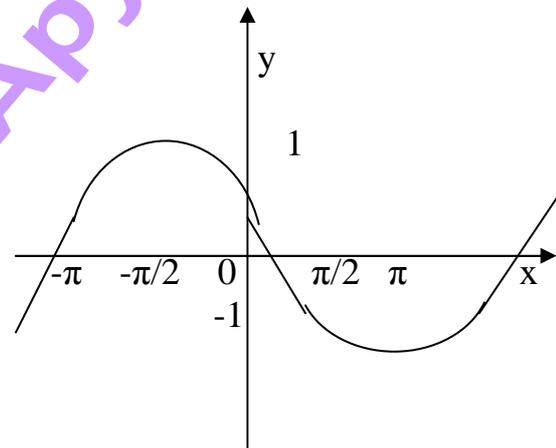
сжатием вдоль оси OX в 2 раза. Наконец, получаем график функции $y = \frac{3}{2} \sin(2x + 3)$

растяжением вдоль оси OY в $\frac{3}{2}$ раза.

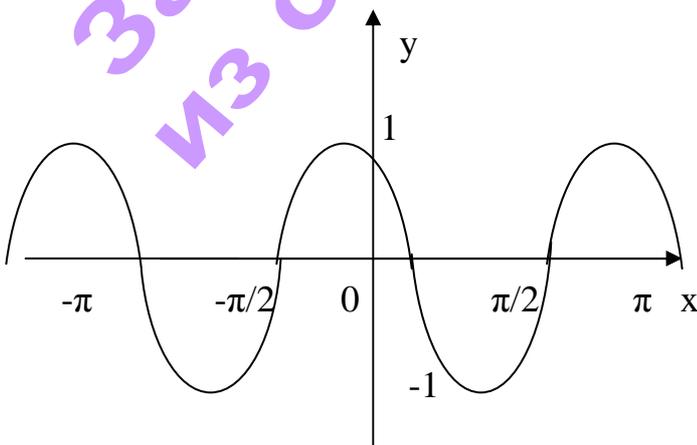
1) $y = \sin x$



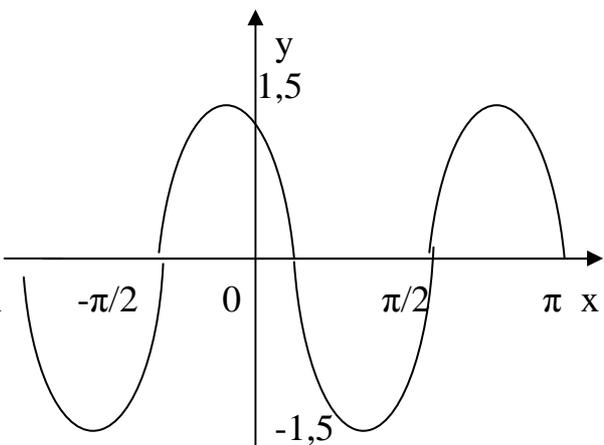
2) $y = \sin(x + 3/2)$



3) $y = \sin 2(x + 3/2)$



4) $y = 3/2 \sin(2x + 3)$



Задачи 101, 111, 121, 131http://kvadromir.com/arutunov_sbornik.html

№ 111

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x}{3x-2} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x}{3x-2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x} - 2}{3 - \frac{2}{x}} = -\frac{2}{3}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}{3x(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x-1+x}{3x(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{3x(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{3(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})} = \frac{2}{3 \cdot 2} = \frac{1}{3}$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{5x^2} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{5x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{5x^2(1 + \cos x)} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{5x^2(1 + \cos x)} = \frac{1}{5} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2(1 + \cos x)} = \frac{1}{5} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} * \frac{\sin x}{x} * \frac{1}{1 + \cos x} =$$

$$= \frac{1}{5} * \frac{1}{2} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2} \right)^x = \left(\frac{\infty}{\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2} \right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x-2} \right)^x =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{x-2}{5}} \right)^{x * \frac{x-2}{5} * \frac{5}{x-2}} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x}{x-2}} = e^5;$$

$$t = \frac{x-2}{5}; x = 5t + 2; x \rightarrow \infty; t \rightarrow \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{t} \right)^{5t+2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{t} \right)^{5t} \left(1 + \frac{1}{t} \right)^2 = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{t} \right)^t \right]^5 * \left(1 + \frac{1}{t} \right)^2 = e^5 * 1 = e^5.$$

<http://kvadromir.com> — физика и математика для заочников

Задачи 101, 111, 121, 131http://kvadromir.com/arutunov_sbornik.html

№121

$$f(x) = 9^{\frac{1}{2-x}}; \quad x_1 = 0; \quad x_2 = 2;$$

$\lim_{x \rightarrow 0} 9^{\frac{1}{2-x}} = 3$, т.е. в точке $x_1 = 0$ функция непрерывна, точка разрыва $x_2 = 2$. Найдём пределы функции слева и справа от этой точки.

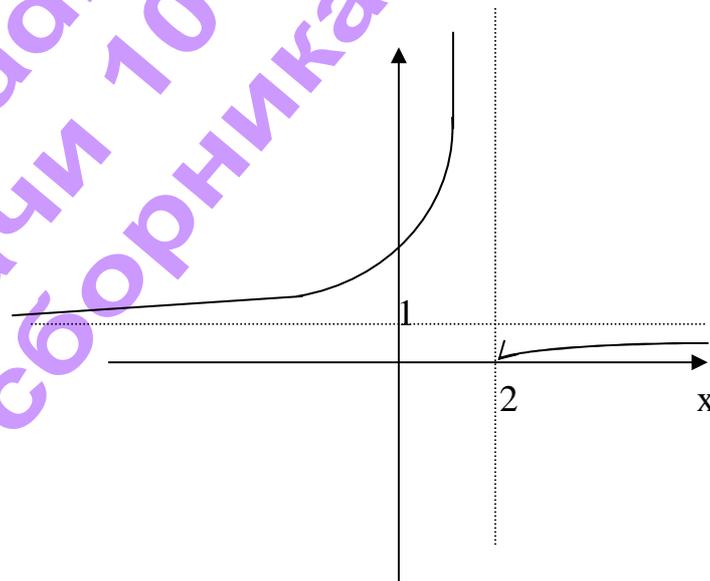
$$\lim_{x \rightarrow 2-0} 9^{\frac{1}{2-x}} = +\infty \text{ - левосторонний предел.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2+0} 9^{\frac{1}{2-x}} = 9^{\frac{1}{2-(2+0)}} = 9^{\frac{1}{2-2-0}} = 9^{\frac{1}{-0}} = 9^{-\infty} = \frac{1}{9^{+\infty}} = \frac{1}{+\infty} = 0$$

$x = 2$ - точка разрыва II рода

Строим график:

x	0	1	3	-1	-2	4
y	3	9	1/9	$9^{1/3}$	$9^{1/4}$	1/3



<http://kvadromir.com> — физика и математика для заочников

Задачи 101, 111, 121, 131http://kvadromir.com/arutunov_sbornik.html

№131

$$f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1 \\ x^2 + 2, & -1 \leq x < 1 \\ 2x, & x \geq 1 \end{cases}$$

На интервале $(-\infty; -1); (1; +\infty)$ функция $f(x)$ непрерывна как линейная. На интервале $(-1; 1)$ функция $f(x)$ непрерывна как квадратичная. Исследуем точки $x = -1$ и $x = 1$ на непрерывность.

$$\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} x + 4 = 3 - \text{левосторонний предел функции } f(x) \text{ при } x \rightarrow -1.$$

$$\lim_{x \rightarrow -1+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1+0} x^2 + 2 = 3 - \text{правосторонний предел функции } f(x) \text{ при } x \rightarrow -1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1-0} x^2 + 2 = 3 - \text{левосторонний предел } f(x) \text{ при } x \rightarrow 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 2x = 2 - \text{правосторонний предел } f(x) \text{ при } x \rightarrow 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x), \text{ т.е. } x = 1 - \text{ точка разрыва функции } f(x)$$

$$f(-1) = (-1)^2 + 2 = 3.$$

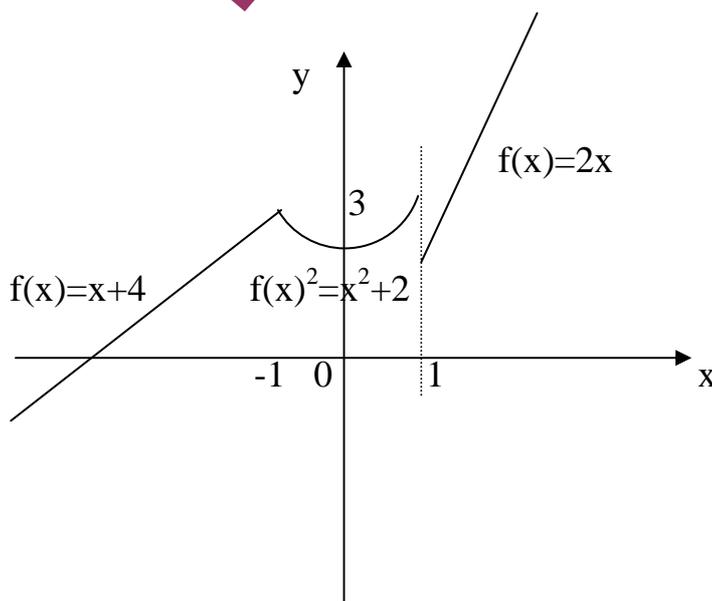
В точке $x = -1$ функция непрерывна.

Строим график функции:

При $x \in (-\infty; -1)$ - графиком является прямая линия.

При $x \in [-1; 1)$ - графиком является парабола.

При $x \in [1; +\infty)$ - графиком является прямая линия.



<http://kvadromir.com> — физика и математика для заочников