

Задачи 110, 120, 130, 140

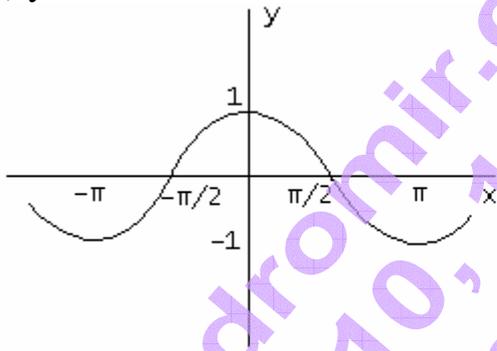
http://kvadromir.com/arutunov_sbornik.html

№110

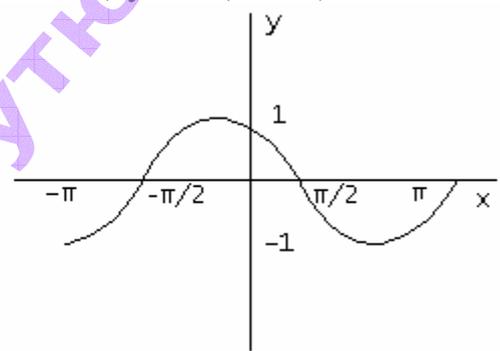
$$y = -3\cos(3x + 2)$$

В качестве исходного возьмём график функции $y = \cos x$. Затем строим график функции $y = \cos\left(x + \frac{2}{3}\right)$ сдвигом вдоль оси OX на $\frac{2}{3}$ единиц влево. После этого строим график функции $y = \cos 3\left(x + \frac{2}{3}\right)$ сжатием вдоль оси в 3 раза. Затем строим $y = 3\cos(3x + 2)$ растяжением вдоль оси OY в 3 раза. И, наконец, строим $y = -3\cos(3x + 2)$ зеркально отображая последний график относительно оси OX .

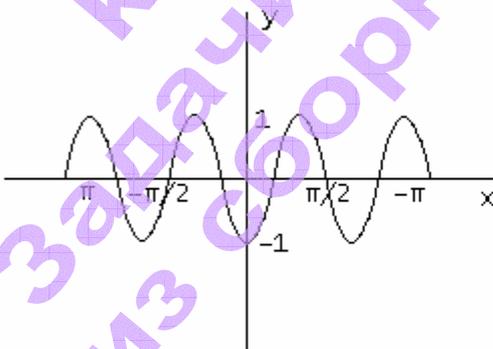
1) $y = \cos x$



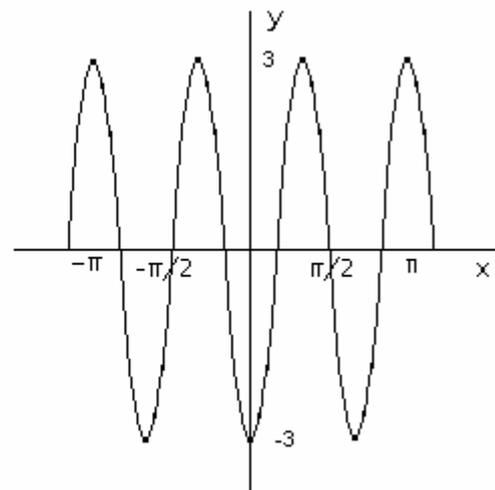
2) $y = \cos(x + 2/3)$



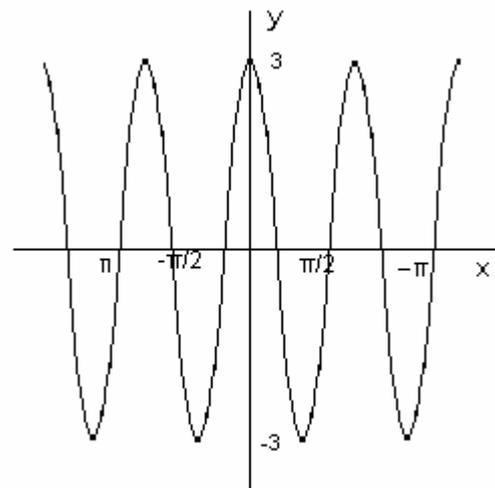
3) $y = 3\cos(x + 2/3)$



4) $y = -3\cos(3x + 2)$



5) $y = -3\cos(3x + 2)$



http://kvadromir.com/arutunov_sbornik.html

№ 120

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 - 3x^2 + 9}{2x^5 + 2x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - \frac{3}{2x^3} + \frac{9}{2x^5}}{1 + \frac{1}{x^3} + \frac{5}{2x^5}} = 4$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{2x}-2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cdot (\sqrt{2x}+2)}{(\sqrt{2x}-2) \cdot (\sqrt{2x}+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cdot (\sqrt{2x}+2)}{2x-4} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cdot (\sqrt{2x}+2)}{(x-2) \cdot 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x}+2}{2} = \frac{\sqrt{4}+2}{2} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} 5x \cdot \operatorname{ctg} 3x = x \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \cos 3x \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sin 3x} &= \cos 0 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{3x} \cdot \frac{3x}{\sin 3x} = \\ &= 1 \cdot \frac{5}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sin x} = 1 \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{5}{3} = \frac{25}{9} \end{aligned}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 3} [1 + 3 \cdot (x-3)]^{\frac{6}{3(x-3)}}$$

$$y = \frac{1}{3 \cdot (x-3)}; \quad x \rightarrow 3 \Rightarrow y \rightarrow \infty$$

$$\text{Итак, } \lim_{x \rightarrow 3} [1 + 3 \cdot (x-3)]^{\frac{6}{3(x-3)}} = \lim_{y \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{y}\right)^{6y} = \left[\lim_{y \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{y}\right)^y \right]^6 = e^6$$

<http://kvadromir.com> — физика и математика для заочников

http://kvadromir.com/arutunov_sbornik.html

№130

$$f(x) = 13^{\frac{1}{5+x}}; \quad x_1 = -5; \quad x_2 = -3$$

$$5+x \neq 0 \Rightarrow x \neq -5$$

$D(x) = (-\infty; -5) \cup (-5; +\infty) \Rightarrow$ Данная функция элементарная

При $x = -3$ функция непрерывна, т.к. $\lim_{x \rightarrow -3} 13^{\frac{1}{5+x}} = \sqrt{13}$

При $x = -5$ функция не определена \Rightarrow и $x = -5$ - точка разрыва

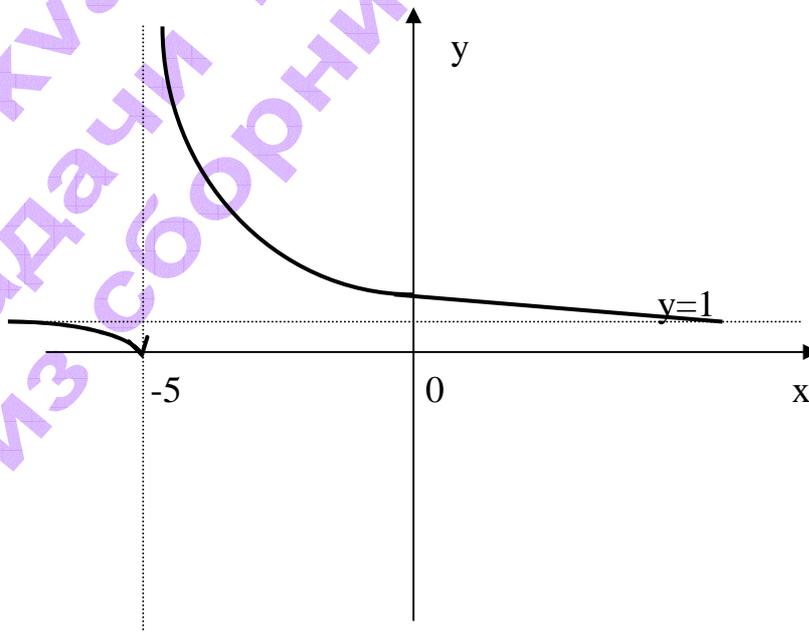
Найдём пределы слева и справа

$$\lim_{x \rightarrow -5-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow -5-0} 13^{\frac{1}{5+x}} = 13^{\frac{1}{5+(-5-0)}} = 13^{\frac{1}{-0}} = 13^{-\infty} = \frac{1}{13^{+\infty}} = \frac{1}{+\infty} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -5+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow -5+0} 13^{\frac{1}{5+x}} = 13^{\frac{1}{5+(-5+0)}} = 13^{\frac{1}{0}} = 13^{+\infty} = +\infty$$

$x = -5$ - точка разрыва II порядка.

Сделаем чертёж (схематично)



http://kvadromir.com/arutunov_sbornik.html

№140

$$f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0 \\ \sqrt{x}, & 0 < x < 4 \\ 1, & x \geq 4 \end{cases}$$

Данная функция задана тремя элементарными функциями, определёнными для различных интервалов изменения x

На интервале $(-\infty; 0)$ и $(4; +\infty)$ функция непрерывна как линейная. На интервале $(0; 4)$ функция непрерывна как степенная.

Исследуем на непрерывность $x = 0$, $x = 4$

$$\lim_{x \rightarrow 0-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (-2x) = 0 - \text{левосторонний предел } f(x) \text{ при } x \rightarrow 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} = 0 - \text{правосторонний предел } f(x) \text{ при } x \rightarrow 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0+0} = f(0) = 0, \text{ т.т. } x = 0 \text{ - точка непрерывности}$$

$$f(0) = -2x|_{x=0} = -2 * 0 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 4-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x} = 2 - \text{левосторонний предел } f(x) \text{ при } x \rightarrow 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 4+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} 1 = 1 - \text{правосторонний предел } f(x) \text{ при } x \rightarrow 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 4-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4-0} \sqrt{x}, \lim_{x \rightarrow 4+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4+0} 1 = 1, f(4) = 1, \text{ т.т. } x = 4 - \text{ точка разрыва I рода}$$

Строим график:

при $x \in (-\infty; 0]$ - график прямая линия

при $x \in (0; 4)$ - график парабола

при $x \in (4; \infty)$ - график прямая $y = 1$.

