http://kvadromir.com/arutunov_sbornik_7.html — решебник Арутюнова Ю.С. Контрольная работа 7. Вариант 5. Задачи 285, 295, 305, 315

Kvadromir.com

№285

$$a)\int\frac{\cos 3x}{4+\sin 3x}dx=\int\frac{1}{3}\frac{d\sin 3x}{(4+\sin 3x)}=\frac{1}{3}\ln|4+\sin 3x|+C$$

Проверка:

$$\left(\frac{1}{3}\ln|4+\sin 3x|+C\right)^1=\frac{1}{3}*\frac{1}{4+\sin 3x}\cos 3x*3=\frac{\cos 3x}{4+\sin 3x}$$

$$б)\int x^2e^{3x}dx=\left|\begin{array}{l} u=x^2 \qquad dv=e^{3x}dx \\ du=(x^2)dx=2xdx \\ \qquad v=\int e^{3x}dx=\tfrac{1}{3}e^{3x}\end{array}\right.$$

$$\int udv=uv-\int vdu$$

$$=x^2*\frac{1}{3}e^{3x}-\int\frac{1}{3}e^{3x}*2xdx=\frac{x^2e^{3x}}{3}-\frac{2}{3}\int xe^{3x}dx=$$

$$u=x \qquad dv=e^{3x}dx$$

$$du=dx$$

$$v=\int e^{3x}dx=\tfrac{1}{3}e^{3x}$$

$$\int udv=uv-\int vdu$$

$$\int udv=uv-\int vdu$$

$$=\frac{x^2e^{3x}}{3}-\frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}e^{3x}*x-\int\frac{1}{3}e^{3x}dx\right)=\frac{x^2e^{3x}}{3}-\frac{2}{9}xe^{3x}+\frac{2}{9}\int e^{3x}dx+C=\frac{x^2e^{3x}}{3}-\frac{2}{9}xe^{3x}+$$

$$+\frac{2}{27}e^{3x}+C.$$

Проверка:

$$\left(\frac{x^2e^{3x}}{3}-\frac{2}{9}xe^{3x}+\frac{2}{27}e^{3x}+C\right)'=\frac{2xe^{3x}}{3}+\frac{x^2e^{3x}*3}{3}-\frac{2}{9}e^{3x}-\frac{2}{9}xe^{3x}*3+\frac{2}{27}e^{3x}*3+0=$$

$$=\frac{2xe^{3x}}{3}+x^2e^{3x}-\frac{2}{9}e^{3x}-\frac{2}{3}xe^{3x}+\frac{2}{9}e^{3x}=x^2e^{3x}.$$

$$в)\int\frac{x^2dx}{x^3+5x^2+8x+4}=\int\frac{x^2dx}{(x+1)(x+2)^2}=I$$

$$\frac{x^2}{(x+1)(x+2)^2}=\frac{A}{x+1}+\frac{B}{x+2}+\frac{C}{(x+2)^2}=\frac{Ax^2+4Ax+4A+B(x^2+3x+2)+Cx+C}{(x+1)(x+2)^2}.$$

$$\begin{array}{l|lc} x^2 & A+B=1 & A=1-B \\ x^1 & 4A+3B+C=0 & C=-4(1-B)-3B=B-4 \\ x^0 & 4A+2B+C=0 & 4-4B+2B-4=0 \end{array}$$

$$B=0\Rightarrow C=-4;\quad A=1$$

$$I=\int\frac{dx}{x+1}-4\int\frac{dx}{(x+2)^2}=\ln(x+1)-\frac{4}{-1}\frac{1}{x+2}+C=\ln(x+1)+\frac{4}{x+2}+C.$$

kvadromir.com

$$г)\int\frac{\cos x dx}{1+\cos x}\left|\begin{array}{c} tg\frac{x}{2}=t \\ \sin x=\frac{2t}{1+t^2};\quad \cos x=\frac{1-t^2}{1+t^2} \\ dx=\frac{2dt}{1+t^2}\end{array}\right|=\int\frac{\frac{1-t^2}{1+t^2}}{1+\frac{1-t^2}{1+t^2}}*\frac{2dt}{1+t^2}=2\int\frac{1-t^2}{(1+t^2+1*t^2)(1+t^2)}dt=$$

$$=2\int\frac{1-t^2}{2(1+t^2)}dt=\int\frac{1-t^2}{1+t^2}dt=\int\frac{dt}{1+t^2}-\int\frac{t^2dt}{1+t^2}=\int\frac{dt}{1+t^2}-\int\frac{t^2+1-1}{1+t^2}dt=\int\frac{dt}{1+t^2}-\int\left(1-\frac{1}{1+t^2}\right)dt=$$

$$=arctgt-t+arctgt+C=2arctgt-t+C=2arctg\left(tg\frac{x}{2}\right)-tg\frac{x}{2}+C=2\frac{x}{2}-tg\frac{x}{2}+C=x-tg\frac{x}{2}+C.$$

№295

$$\int_{-1}^{9}\sqrt{x^3+2}dx$$

Нужно определить значение подинтегральной функции для следующих значений фргумента $(\mathrm{h}=1)$

$x_0=-1; x_1=0; x_2=-1; x_3=2; x_4=3; x_5=4; x_6=5; x_7=6; x_8=7; x_9=8; x_{10}=9.$

Находим собственные значения:

$f(x)=\sqrt{x^3+2}:\ y_0=\sqrt{-1+2}=1; y_1=\sqrt{2}=1{,}414; y_2=\sqrt{3}=1{,}732; y_3=\sqrt{10}=3{,}162; y_4=\sqrt{29}=5{,}385;$
$y_5=\sqrt{66}=8{,}124; y_6=\sqrt{127}=11{,}269; y_7=\sqrt{218}=14{,}765; y_8=\sqrt{345}=18{,}574; y_9=\sqrt{514}=22{,}672;$
$y_{10}=\sqrt{731}=27{,}037.$

Плдставляем эти данные в формулу Симпсона:

$$\int_{-1}^{9}\sqrt{x^3+2}dx=\frac{h}{3}[y_0+y_{10}(y_1+y_3+y_5+y_7+y_9)+2(y_2+y_4+y_6+y_8)]=$$

$$=\frac{1}{3}[1+27{,}037+4(1{,}414+3{,}162+8{,}124+14{,}765+22{,}672)+2(1{,}732+5{,}385+11{,}269+18{,}574)]=$$

$$=\frac{1}{3}[28{,}037+200{,}548+73{,}92]\approx 100{,}835.$$

№305

Вычислить несобственный инетрвал или доказать его расходимость.

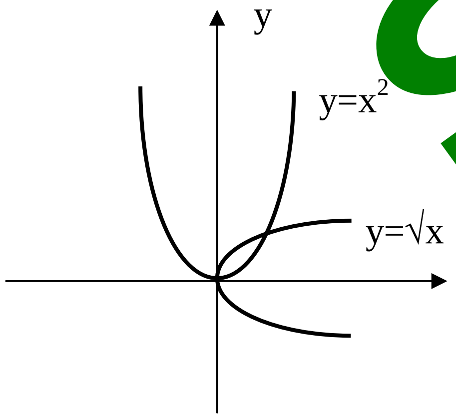
$$\int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2} = \lim_{\varepsilon\to 0}\int_{1+\varepsilon}^2 \frac{dx}{(x-1)^2} = \lim_{\varepsilon\to 0} - \frac{1}{x-1}\Bigg|_{1+\varepsilon}^2 = -\frac{1}{2-1} - \left(\lim_{\varepsilon\to 0}\left(-\frac{1}{1+\varepsilon-1}\right)\right) = -1 + \lim_{\varepsilon\to 0}\frac{1}{\varepsilon} =$$

$$= -1 + \frac{1}{0} = -1 + \infty = \infty$$

$\lim \frac{1}{\varepsilon} = \infty$, следовательно данный инетвал расходится.

Ответ: расходится.

№315



$y = x^2; \quad y = \sqrt{x}$

$$V_x = \pi\int_a^b (y_2^2 - y_1^2)dx$$

$$V_x = \pi\int_0^1 (x - x^4)dx = \pi\left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{5}\right]\Bigg|_0^1 = \pi\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right] = \frac{3\pi}{10}(\text{куб.ед.})$$

http://kvadromir.com/arutunov_sbornik_7.html — решебник Арутюнова Ю.С. Контрольная работа 7. Вариант 5. Задачи 285, 295, 305, 315

Kvadromir.com