№473

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$u\big|_{t_0-0} = e^x; \quad \begin{matrix} f(x) = e^x \\ F(x) = \omega x \end{matrix}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}\bigg|_{t_0=0} = \omega x$$

$$u = \frac{f(x-at)+f(x+at)}{2} + \frac{1}{2a}\int_{x-at}^{x+at} F(y)dy = \frac{e^{x-at}+e^{x+at}}{2} + \frac{1}{2a}\int_{x-at}^{x+at}\omega y dy = \frac{e^{x-at}+e^{x+at}}{2} + \frac{1}{2a}\omega\frac{y^2}{2}\bigg|_{x-at}^{x+at} =$$

$$= \frac{e^{x-at}+e^{x+at}}{2} + \frac{\omega}{4a} * ((x+at)^2 - (x-at)^2) = \frac{e^{x-at}+e^{x+at}}{2} + \frac{\omega}{4a}(x^2 + 2xat + a^2t^2 - x^2 + 2xat - a^2t^2) =$$

$$= \frac{e^{x-at}+e^{x+at}}{2} + \frac{\omega}{4a} * 4xat = \frac{e^{x-at}+e^{x+at}}{2} + \omega xt.$$

http://kvadromir.com/arutunov_sbornik_11.html — решебник Арутюнова Ю.С. Контрольная работа 11. Вариант 3. Номера 473, 483, 493, 503, 513

483

$$\omega = (1-z^2) - 2z; \quad z_0 = 1$$

$$\omega = i(1-(x+iy)^2) - 2(x+iy) = i - i(x+iy)^2 - 2x - 2iy = i - i(x^2 + 2ixy - y^2) - 2x - 2iy =$$

$$= i - ix^2 + 2xy + iy^2 - 2x - 2iy = (2xy - 2x) + i(1 - x^2 + y^2 - 2y)$$

$$u(x,y) = 2xy - 2x$$

$$V(x,y) = 1 - x^2 + y^2 - 2y$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 2y - 2\frac{\partial V}{\partial y} = 2u - 2$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = 2x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -(-2x)$$

Условие Коши - Римана выполнилось, значит функция аналитическая и можно найти её производную в точке:

$$\omega' = (2ix - z)\big|_{z=1} = -2i * 1 - 2 = -2 - 2i.$$

http://kvadromir.com/arutunov_sbornik_11.html — решебник Арутюнова Ю.С. Контрольная работа 11. Вариант 3. Номера 473, 483, 493, 503, 513

№493

$$f(z)=e^{\frac{1}{z}},\quad z_0=0$$

т.к. $e^x=1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+...+\frac{x^n}{n!}+...,то$

$$f(z)=e^{\frac{1}{z}}=1+\frac{1}{z*1!}+\frac{1}{z^2*2!}+...+\frac{1}{z^n*n!}+...$$

Таким образом, разложение данной фнкции в ряд Лорана в окрестности точки $z_0=0$ имеет вид: $f(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!z^n}$

Область сходимости $0<|z|<\infty$.

http://kvadromir.com/arutunov_sbornik_11.html — решебник Арутюнова Ю.С. Контрольная работа 11. Вариант 3. Номера 473, 483, 493, 503, 513

№503

$$p^3*x(p)-p^2x(0)-px'(0)-x''(0)-2p^2x(p)+2[x(0)-2x'(0)+px-x(0)=\frac{4}{p}$$

$$p^3x(p)-p^2-2p+2-2p^2x(p)+2p-2+px(p)-1=\frac{4}{p}$$

$$x(p)(p^3-2p^2+p)=\frac{4}{p}+p^2+1$$

$$x(p)=\frac{4+p^3+p}{p^2(p-1)^2}$$

$$\frac{4+p^3-2p}{p^2(p-1)^2}=\frac{A}{p}+\frac{B}{p^2}+\frac{C}{p-1}+\frac{D}{(p-1)^2}=\frac{Ap(p^2-2p+1)+B(p^2-2p+1)+Cp^2(p-1)+Dp^2}{p^2(p-1)^2}$$

$$\begin{array}{l|c} p^3 & A+C=1 \\ p^2 & 2A+B-C+D=0 \\ p^1 & A-2B=1 \\ p^0 & B=4 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{c} A=1+2B=9 \\ C=1-A=-8 \\ D=2A-B+C=18-4+(-8)=6 \end{array}$$

$$x(p)=\frac{9}{p}+\frac{4}{p^2}-\frac{9}{p-1}+\frac{6}{(p-1)^2}$$

Следовательно:

$$x=9+4t-8e^t+6t*e^t$$

http://kvadromir.com/arutunov_sbornik_11.html — решебник Арутюнова Ю.С. Контрольная работа 11. Вариант 3. Номера 473, 483, 493, 503, 513

№513

$$\begin{cases} x'+4x-y=0 & x(0)=2 \\ y'+2x+y=0 & y(0)=3 \end{cases}$$

$$x \leftarrow x(p) \qquad y \leftarrow y(p)$$

$$x' \leftarrow px(p)-x(0)=px(p)-2$$

$$y' \leftarrow py(p)-y(0)=py(p)-3$$

$$\begin{cases} px(p)-2+4(p)-y(p)=0 \\ py(p)-3+2x(p)+y(p)=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(p)*(p+4)-y(p)=2 \\ x(p)2+y(p)z*(p+2)=3 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} p+4 & -1 & 2 \\ 2 & p+2 & 3 \end{array}\right)\begin{matrix}(-2)\\ p+4\end{matrix} \sim \left(\begin{array}{cc|c} p+4 & -1 & 2 \\ 0 & p^2+6p+10 & 3p+8 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} p+4 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & \frac{3p+8}{p^2+6p+10} \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{cc|c} p+4 & 0 & 2+\frac{3p+8}{p^2+6p+10} \\ 0 & 1 & \frac{3p+8}{p^2+6p+10} \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} p+4 & 0 & \frac{2p^2+12p+20+3p+8}{p^2+6p+10} \\ 0 & 1 & \frac{3p+8}{p^2+6p+10} \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & \frac{2p^2+15p+28}{(p^2+6p+10)(p+4)} \\ 0 & 1 & \frac{3p+8}{p^2+6p+10} \end{array}\right) \sim$$

$$2p^2+15p+28=0$$

$$D=225-4*2*28=1$$

$$p_1=\frac{-15+1}{4}=\frac{-14}{4}=-\frac{7}{2}$$

$$p_2=\frac{-15-1}{4}=-4$$

$$2p^2+15p+28=2\left(p+\frac{7}{2}\right)(p+4)=(2p+7)(p+4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & \frac{(2p+7)(p+4)}{(p^2+6p+10)(p+4)} \\ 0 & 1 & \frac{3p+8}{p^2+6p+10} \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & \frac{2p+7}{p^2+6p+10} \\ 0 & 1 & \frac{3p+8}{p^2+6p+10} \end{array}\right)$$

$$x=\frac{2p+7}{p^2+6p+10}$$

$$y=\frac{3p+8}{p^2+6p+10}$$

$$p^2+6p+10=0$$

$$D=36-40=-4<0$$

$$x=\frac{2p+7}{p^2+6p+10}=\frac{2p+7}{(p+3)^2+1}=\frac{2(p+3)-6+7}{(p+3)^2+1}=\frac{2(p+3)+1}{(p+3)^2+1}=2\frac{(p+3)}{(p+3)^2+1}+\frac{1}{(p+3)^2+1}$$

$$y(p)=\frac{3p+8}{p^2+6p+10}=\frac{3(p+3)-9+8}{(p+3)^2+1}=\frac{3(p+3)-1}{(p+3)^2+1}=3\frac{p+3}{(p+3)^2+1}-\frac{1}{(p+3)^2+1}$$

$$x(t)=2e^{-3t}\cos t+e^{-3t}\sin t$$

$$y(t)=3e^{-3t}\cos t-e^{-3t}\sin t.$$