А1

Даны векторы **a**(1;2;3), **b**(–1;3;2), **c**(7;–3;5) и **d**(6;10;17) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, b, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

А11

Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти: 1) длину ребра A_1A_2; 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4; 3) угол между ребрами A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4) площадь грани $A_1A_2A_3$; 5) объем пирамиды; 6) уравнение прямой A_1A_2; 7) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$. Сделать чертеж.
$A_1(4;2;5)$ $A_2(0;7;2)$ $A_3(0;2;7)$ $A_4(1;5;0)$.

А21

Уравнение одной из сторон квадрата $x+3y–5=0$. Составить уравнения трех остальных сторон квадрата, если $P(–1;0)$ – точка пересечения его диагоналей. Сделать чертеж.

А31

Составить уравнение линии, расстояния каждой точки которой от начала координат и от точки $A(5;0)$ относится как 2:1.

А41

Дана линия своим уравнением в полярной системе координат $r = \dfrac{1}{1+\cos\varphi}$. Требуется: 1) построить линию по точкам, давая φ значения через промежуток π/8, начиная от φ=0 до φ=2φ; 2) найти уравнение данной линии в прямоугольной декартовой системе координат, у которой начало совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс – с полярной осью; 3) по полученному уравнению определить, какая это линия.

А51

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x_1+2x_2+x_3=5 & (1) \\ 2x_1+3x_2+x_3=1 & (2) \\ 2x_1+x_2+3x_3=11 & (3) \end{cases}$$

Доказать её совместимость и решить двумя способами: 1) методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

A61

Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x'_1 = 4x_1 + 3x_2 + 5x_3 \\ x'_2 = 6x_1 + 7x_2 + x_3 \\ x'_3 = 9x_1 + x_2 + 8x_3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x''_1 = -x'_1 + 3x'_2 - 2x'_3 \\ x''_2 = -4x'_1 + x'_2 + 2x'_3 \\ x''_3 = 3x'_1 - 4x'_2 + 5x'_3 \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее
x_1'' , x_2'' , x_3'' через x_1, x_2, x_3.

A71

Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицы А.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

A81

Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка. $15x^2 - 2\sqrt{55}xy + 9y^2 = 20$

A91

Дано комплексное число z. Требуется: 1) записать число z в алгебраической и тригонометрической формах; 2) найти все корни уравнения $w^3+z=0$.

$$z = \frac{2\sqrt{2}}{1+i}$$

A101

Построить график функции y=Asin(ax+b) преобразованием графика функции y=sinx.
y=(3/2)sin(2x+3).

A111

Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

А) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1-2x}{3x-2}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{3x}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{5x^2}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x-2}\right)^x$

http://www.kvadromir.com/arutunov.html

A121

Заданы функция $y=9^{\frac{1}{2-x}}$ и два значения аргумента $x_1=0$ и $x_2=2$. Требуется:

1) установить, является ли данная функция непрерывной или разрывной для каждого из данных значений аргумента;
2) в случае разрыва функции найти её пределы в точке разрыва слева и справа;
3) сделать схематический чертеж.

A131

Задана функция y=f(x). Найти точки разрыва функции, если они существуют. Сделать чертеж.

$$f(x)=\begin{cases} x+4, & \text{если } x<-1, \\ x^2+2, & \text{если } -1\le x<1 \\ 2x, & \text{если } x\ge 1 \end{cases}$$

A141

Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций.

а) $y=2\sqrt{4x+3}-\frac{3}{\sqrt{x^3+x+1}}$; б) $y=(e^{\cos x}+3)^2$; в) y=lnsin(2x+5); г) $y=x^{x^x}$; д) $tg\frac{y}{x}=5x$.

A151

Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$

А) $y=\frac{x}{x^2-1}$; б) x=cos(t/2), y=t–sint.

A161

Применяя формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа к функции $f(x)=e^x$, вычислить значения e^a и e^b с точностью 0,001. a=0,49 b=0,52.

A171

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=x^3-12x+7$ на отрезке [0;3].

A181

Требуется изготовить из жести ведро без крышки данного объема V цилиндрической формы. Каковы должны быть высота и радиус его основания, чтобы на изготовление ведра ушло наименьшее количество материала?

A191

Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и, используя результаты исследования построить её график. $y = \frac{4x}{4+x^2}$.

A201

Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и, используя результаты исследования построить её график. $y = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}$.

A211

Найти уравнение касательной, уравнение нормальной плоскости и вычислить кривизну линии **r**=**r(**t) в точке t_0
r(t)=(t–sint)**i+(**1-cost)**j**+2sint·**k**; $t_0=\pi/2$

A221

Определить количество действительных корней уравнения f(x)=0, отделить эти корни и, применяя метод хорд и касательных, найти их приближенное значение с точностью 0,01.
$x^3+5x+7=0$

A231

Дана функция z=$\frac{y}{(x^2-y^2)^5}$. Показать, что $\frac{1}{x}\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{1}{y}\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{z}{y^2}$.

A241

Даны функция $z=x^2+xy+y^2$ и две точки A(1;2) и B(1,02; 1,96). Требуется: 1) вычислить значение z_1 функции в точке B; 2) вычислить приближенное значение z_1 функции в точке B, исходя из значения z_0 функции в точке A, заменив приращение функции при переходе от точки A к точке B дифференциалом, и оценить в процентах относительную погрешность, возникающую при замене приращения функции её дифференциалом; 3) составить уравнение касательной плоскости к поверхности z=f(x,y) в точке $C(x_0,y_0,z_0)$.

A251

Найти наименьшее и наибольшее значения функции $z=x^2+y^2-9xy+27$ в замкнутой области D, заданной системой неравенств $0\le x\le 3$, $0\le y\le 3$. Сделать чертеж.

A261

Даны функция $z=x^2+xy+y^2$, точка A(1;1) и вектор **a**=2**i** – **j**. Найти: 1) gradz в точке A; 2) производную в точке A по направлению вектора **a**.

A271

Экспериментально получены пять значений искомой функции y=f(x) при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблице. Методом наименьших квадратов найти функцию y=f(x) в виде y=ax+b.

X	1	2	3	4	5
y	4,3	5,3	3,8	1,8	2,3

A281

Найти неопределенные интегралы. В двух первых примерах (п.а и б) проверить результаты дифференцированием.

а) $\int e^{\sin^2 x}\sin 2x dx$; б) $\int arctg\sqrt{x}dx$; в) $\int \frac{1}{x^3+8}dx$; г) $\int \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}}$.

A291

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_{-2}^{8}\sqrt{x^3+16}dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

A301

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_0^{+\infty} xe^{-x^2}dx$$

A311

Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y=3x^2+1$ и прямой y=3x+7.

A321

Найти общее решение дифференциального уравнения.

$(x^2-y^2)y'=2xy$

A331

Найти общее решение дифференциального уравнения $(1-x^2)y''=xy'$.

A341

Найти частное решение дифференциального уравнения y''+4y'–12y=8sin2x, удовлетворяющее начальным условиям y(0)=0, y'(0)=0.

A351

Дана система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 4x + 6y \\ \dfrac{dy}{dt} = 4x + 2y \end{cases}$$

Требуется: 1) найти общее решение системы с помощью характеристического уравнения; 2) записать в матричной форме данную систему и её решение.

A361

Материальная точка массы m=2 г без начальной скорости медленно погружается в жидкость. Сопротивление жидкости пропорционально скорости погружения с коэффициентом пропорциональности k=2 г/с. Найти скорость точки через 1 с после начала погружения.

A371

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координатах площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах (a>0).
$(x^2+ y^2)^3 =a^2 x^2 y^2$

A381

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертежи данного тела и его проекции на плоскость XOY.
z=0, z=x,   y=0, y=4, $x = \sqrt{25 - y^2}$

A391

Вычислить криволинейный интеграл
$$\int_L (x^2 - y)dx - (x - y^2)dy$$
вдоль дуги L=AB окружности x=5cost, y=5sint от точки A(5;0) до точки B(0;5). Сделать чертеж.

A401

Даны векторное поле **F=**(x+z)**i** и плоскость (p) x+y+z – 2 =0, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Обозначим основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p), через σ, ограничивающий σ контур – через λ, нормаль к σ, направленную вне пирамиды V, – через **n**. Требуется:

1) вычислить поток векторного поля **F** через поверхность σ в направлении нормали **n**;
2) вычислить циркуляцию векторного поля **F** по замкнутому контуру λ непосредственно и применив теорему Стокса к контуру λ и ограниченной им поверхности σ с нормалью **n**;
3) вычислить поток векторного поля **F** через полную поверхность пирамиды V в направлении внешней нормали к её поверхности непосредственно и применив теорему Остроградского. Сделать чертеж.

A411

Проверить, является ли векторное поле **F=(6**x+7yz)**i**+(6y+7xz)**j**+(6z+7xy)**k** потенциальным и соленоидальным. В потенциальности поля **F** найти его потенциал.

A421

Исследовать сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$. $u_n = \dfrac{n+3}{n^3-2}$

A431

Найти радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$. $a_n = \dfrac{\sqrt[3]{(n+1)^n}}{n!}$.

A441

Вычислить определенный интеграл $\int_0^b f(x)dx$ с точностью до 0,001, разложив под интегральную функцию в степенной ряд и затем проинтегрировав его почленно.
f(x)=$e^{-x^2/3}$, b=1

A451

Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения y=y(x) дифференциального уравнения y’=f(x,y), удовлетворяющего начальному условию y(0)=y_0.
y’=cosx+y^2 , y(0)=1.

A461

Разложить функцию f(x) в ряд Фурье в интервале (a;b).
f(x)=x+1, (-π;π)

А471

Методом Даламбера найти уравнение u=u(x;t) формы однородной струны, определяемой волновым уравнением $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, если в начальный момент t_0=0 форма струны и скорость точки струны с абсциссой x определяется соответственно заданными функциями u_{t0}=f(x) и $\frac{\partial u}{\partial t}|_{t_0=0} = F(x)$.

f(x)=x·(2 –x) F(x)=e^{-x}

А481

Представить заданную функцию W=$(iz)^3$, где z=x+iy, в виде W=u(x,y)+iv(x,y); проверить, будет ли она аналитической, и в случае положительного ответа найти значение её производной в заданной точке z_0= –1+i.

А491

Разложить функцию $f(z) = \frac{1}{3z-5}$ в ряд Лорана в окрестности точки $z_0=\infty$ и определить область сходимости ряда.

А501

Методом операционного исчисления найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям.

x’’’+x’’=sint; x(0)=1, x’(0)=1, x’’(0)=0.

А511

Методом операционного исчисления найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющее начальным условиям.

$$\begin{cases} x' = x - y, \\ y' = x + y; \end{cases} \quad x(0)=1,\ y(0)=0$$

А521

Студент знает 45 из 60 вопросов программы. Каждый экзаменационный билет содержит три вопроса. Найти вероятность того, что студент знает: а) все три вопроса; б) только два вопроса; в) только один вопрос экзаменационного билета.

А531

Дискретная случайная величина X может принимать только два значения: x_1 и x_2, причем $x_1 < x_2$. Известны вероятность p_1 возможного значения x_1, математическое ожидание M(x) и дисперсия D(x). Найти закон распределения этой случайной величины.

$p_1=0,1$; $M(x)=3,9$; $D(x)=0,09$

A541

Случайная величина X задана функцией распределения F(x). Найти плотность распределения вероятностей, математическое ожидание и дисперсию случайной величины.

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0 \\ x^2, & 0<x\le 1 \\ 1, & x>1 \end{cases}$$

A551

Известны математическое ожидание a и среднее квадратическое отклонение σ нормально распределенной случайной величины X. Найти вероятность попадания этой величины в заданный интервал (α;β).

$a=10$; $\sigma=4$; $\alpha=2$; $\beta=13$

A561

Задана матрица P_1 вероятностей перехода цепи Маркова из состояния i (i=1,2) в состояние j (j=1,2) за один шаг. Найти матрицу P_2 перехода из состояния i в состояние j за два шага.

$$P_1=\begin{pmatrix} 0,1 & 0,9 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix}$$

A571

Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания a нормального распределения с надежностью 0,95, зная выборочную среднюю $\bar{x}$, объем выборки n и среднее квадратическое отклонение σ.

$\bar{x}=75,17$; $n=36$; $\sigma=6$, $\gamma=0,95$

A2

Даны векторы **a**(4;7;8), **b**(9;1;3), **c**(2;–4;1) и **d**(1;–13;–13) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, b, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе. Систему уравнений решить по формулам Крамера.

A12

Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти: 1) длину ребра A_1A_2; 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4; 3) угол между ребрами A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4) площадь грани $A_1A_2A_3$; 5) объем пирамиды; 6) уравнение прямой A_1A_2; 7) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$. Сделать чертеж.

$A_1(4;4;10)$ $A_2(4;10;2)$ $A_3(2;8;4)$ $A_4(9;6;9)$.

А22

Даны уравнения одной из сторон ромба $x-3y+10=0$ и одной из его диагоналей $x+4y-4=0$; диагонали ромба пересекаются в точке $P(0;1)$. Найти уравнения остальных сторон ромба.

А32

Составить уравнение линии, расстояние каждой точки которой от точки $A(-1;0)$ вдвое меньше расстояния её от прямой $x=-4$.

А42

Дана линия своим уравнением в полярной системе координат $r=\dfrac{1}{2+\cos\varphi}$. Требуется: 1) построить линию по точкам, давая φ значения через промежуток $\pi/8$, начиная от $\varphi=0$ до $\varphi=2\pi$; 2) найти уравнение данной линии в прямоугольной декартовой системе координат, у которой начало совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс – с полярной осью; 3) по полученному уравнению определить, какая это линия.

А52

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3=6 & (1)\\ 2x_1+3x_2-4x_3=20 & (2)\\ 3x_1-2x_2-5x_3=6 & (3)\end{cases}$$

Доказать её совместимость и решить двумя способами: 1) методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

А62

Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x'_1=x_1-x_2-x_3\\ x'_2=-x_1+4x_2+7x_3\\ x'_3=8x_1+x_2-x_3\end{cases} \qquad \begin{cases} x''_1=9x'_1+3x'_2+5x'_3\\ x''_2=2x'_1+3x'_3\\ x''_3=x'_2-x'_3\end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее
x_1'', x_2'', x_3'' через x_1, x_2, x_3.

http://www.kvadromir.com/arutunov.html

A82

Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка $5x^2+2\sqrt{3}xy+3y^2=12$.

A92

Дано комплексное число a. Требуется:

1) записать число $a=\dfrac{4}{1+i\sqrt{3}}$ в алгебраической и тригонометрической формах; 2) найти все корни уравнения $z^3+a=0$

A102

Построить график функции y=Asin(ax+b) преобразованием графика функции y=sinx.
y=(5/6)sin(2x/3+1).

A112

Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

А) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+1}{2x^3+1}$; б) $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{\sqrt{2+x}-3}{x-7}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 3x}{5x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+1}\right)^x$

A122

Заданы функция $y=4^{\frac{1}{3-x}}$ и два значения аргумента $x_1=1$ и $x_2=3$. Требуется:

4) установить, является ли данная функция непрерывной или разрывной для каждого из данных значений аргумента;
5) в случае разрыва функции найти её пределы в точке разрыва слева и справа;
6) сделать схематический чертеж.

A132

Задана функция y=f(x). Найти точки разрыва функции, если они существуют. Сделать чертеж.

$$f(x)=\begin{cases} x+2, \text{ если } x\le -1,\\ x^2+1, \text{ если } -1<x<1\\ -x+3, \text{ если } x\ge 1\end{cases}$$

A142

Найти производные $\dfrac{dy}{dx}$ данных функций.

а) $y=x^2\sqrt{1-x^2}$; б) $y=\dfrac{4\sin x}{\cos^2 x}$; в) $y=\mathrm{arctg}e^{2x}$; г) $y=x^{\frac{1}{x}}$; д) $x-y+arctgy=0$.

А152

Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$

А) y=lnctg2x; б) $x=t^3+8t$, $y=t^5+2t$.

А162

Применяя формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа к функции $f(x)=e^x$, вычислить значения e^a и e^b с точностью 0,001. a=0,33 b=0,36.

А172

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^5 - \frac{5}{3}x^3 + 2$ на отрезке [0;2].

А182

Равнобедренный треугольник, вписанный в окружность радиусом R, вращается вокруг прямой, проходящей через его вершину параллельно основанию. Какова должна быть высота этого треугольника, чтобы тело, полученное в результате его вращения, имело наибольший объем?

А192

Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и, используя результаты исследования построить её график. $y = \frac{x^2-1}{x^2+1}$.

А202

Методами дифференциального исчисления исследовать функцию y=f(x) для $\forall x \in R$, и по результатам исследования построить её график. $y = xe^{-x^2}$.

А212

Найти уравнение касательной, уравнение нормальной плоскости и вычислить кривизну линии **r**=**r(**t) в точке t_0

r(t)=2sint **i**+3tgt·**j**+2cost·**k**; $t_0=\pi/4$

А222

Определить количество действительных корней уравнения f(x)=0, отделить эти корни и, применяя метод хорд и касательных, найти их приближенное значение с точностью 0,01.

$x^3+4x-6=0$

A232

Дана функция z=$\frac{y^2}{3x}+\arcsin(xy)$. Показать, что $x^2\frac{\partial z}{\partial x}-yx\frac{\partial z}{\partial y}+y^2=0$.

A242

Даны функция z=$3x^2$–xy+x+y и две точки A(1;3) и B(1,06; 2,92). Требуется: 1) вычислить значение z_1 функции в точке B; 2) вычислить приближенное значение z_1 функции в точке B, исходя из значения z_0 функции в точке A, заменив приращение функции при переходе от точки A к точке B дифференциалом, и оценить в процентах относительную погрешность, возникающую при замене приращения функции её дифференциалом; 3) составить уравнение касательной плоскости к поверхности z=f(x,y) в точке C(x_0,y_0,z_0).

A252

Найти наименьшее и наибольшее значения функции $z=x^2+2y^2+1$ в замкнутой области D, заданной системой неравенств $x\geq0$, $y\geq0$, $x+y\leq3$. Сделать чертеж.

A262

Даны функция $z=2x^2+3xy+y^2$, точка A(2;1) и вектор **a**=3**i** –4**j**. Найти: 1) gradz в точке A; 2) производную в точке A по направлению вектора **a**.

A272

Экспериментально получены пять значений искомой функции y=f(x) при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблице. Методом наименьших квадратов найти функцию y=f(x) в виде y=ax+b.

X	1	2	3	4	5
y	4,5	5,5	4,0	2,0	2,5

A282

Найти неопределенные интегралы. В двух первых примерах (п.а и б) проверить результаты дифференцированием.

а) $\int\frac{xdx}{(x^2+4)^6}$; б) $\int e^x\ln(1+3e^x)dx$; в) $\int\frac{2x^2-3x+1}{x^3+1}dx$; г) $\int\frac{dx}{\sin x+tgx}$.

A292

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_2^{12}\sqrt{x^3+9}dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

А302

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_{-\infty}^{-3} \frac{xdx}{(x^2+1)^2}$$

А312

Вычислить площадь фигуры, ограниченной одной аркой циклоиды x=a(t-sint), y=a(1-cost) ($0 \le t \le 2\pi$) и осью OX.

А322

Найти общее решение дифференциального уравнения $(1+x^2)y'-2xy=(1+x^2)^2$.

А332

Найти общее решение дифференциального уравнения $2yy''+y'^2+y'^4=0$

А342

Найти частное решение дифференциального уравнения $y''-6y'+9y=x^2-x+3$, удовлетворяющее начальным условиям y(0)=4/3, y'(0)=1/27.

А352

Дана система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -5x - 4y \\ \dfrac{dy}{dt} = -2x - 3y \end{cases}$$

Требуется: 1) найти общее решение системы с помощью характеристического уравнения; 2) записать в матричной форме данную систему и её решение.

А362

Моторная лодка движется в спокойной воде со скоростью v_0=12 км/ч. На полном ходу её мотор был выключен, и через 10с скорость лодки уменьшилась до v_1= 6 км/ч. Сопротивление воды пропорционально скорости движения лодки. Найти скорость лодки через 1 мин после остановки мотора.

А372

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координатах площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах (a>0).
$(x^2+ y^2)^2 =a^2 (4x^2 +y^2)$

А382

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертежи данного тела и его проекции на плоскость XOY.
$z=0$, $z=9-y^2$, $x^2+y^2=9$

А392

Вычислить криволинейный интеграл
$$\int_L (x+y)dx-(x-y)dy$$
вдоль ломаной L=OAB, где O(0;0), A(2;0), B(4;5). Сделать чертеж.

А402

Даны векторное поле **F=**(y –x+z)**j** и плоскость (p) 2x –y+2z – 2 =0, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Обозначим основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p), через σ, ограничивающий σ контур – через λ, нормаль к σ, направленную вне пирамиды V, – через **n**. Требуется:

4) вычислить поток векторного поля **F** через поверхность σ в направлении нормали **n**;
5) вычислить циркуляцию векторного поля **F** по замкнутому контуру λ непосредственно и применив теорему Стокса к контуру λ и ограниченной им поверхности σ с нормалью **n**;
6) вычислить поток векторного поля **F** через полную поверхность пирамиды V в направлении внешней нормали к её поверхности непосредственно и применив теорему Остроградского. Сделать чертеж.

А412

Проверить, является ли векторное поле **F=(8**x-5yz)**i**+(8y-5xz)**j**+(8z-5xy)**k** потенциальным и соленоидальным. В потенциальности поля **F** найти его потенциал.

А422

Исследовать сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$. $u_n = \dfrac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$

А432

Найти радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$. $a_n = \dfrac{2^n}{n(n+1)}$.

A442

Вычислить определенный интеграл $\int_0^b f(x)dx$ с точностью до 0,001, разложив под интегральную функцию в степенной ряд и затем проинтегрировав его почленно.

$f(x)=\cos\sqrt{x}$, $b=1$

A452

Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения $y=y(x)$ дифференциального уравнения $y'=f(x,y)$, удовлетворяющего начальному условию $y(0)=y_0$.

$y'=e^x+y^2$, $y(0)=0$.

A462

Разложить функцию f(x) в ряд Фурье в интервале (a;b).

$f(x)=x^2+1$, $(-2;2)$

A472

Методом Даламбера найти уравнение $u=u(x;t)$ формы однородной струны, определяемой волновым уравнением $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, если в начальный момент $t_0=0$ форма струны и скорость точки струны с абсциссой x определяется соответственно заданными функциями $u_{t0}=f(x)$ и $\frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t_0=0}=F(x)$.

$f(x)=x^2$ $F(x)=\sin x$

A482

Представить заданную функцию $W=e^{-z^2}$, где $z=x+iy$, в виде $W=u(x,y)+iv(x,y)$; проверить, будет ли она аналитической, и в случае положительного ответа найти значение её производной в заданной точке $z_0=i$.

A492

Разложить функцию $f(z)=\sin\left(\frac{z}{1-z}\right)$ в ряд Лорана в окрестности точки $z_0=1$ и определить область сходимости ряда.

A502

Методом операционного исчисления найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям.

$x''-x'=te^t$; $x(0)=0$, $x'(0)=0$.

А3

Даны векторы **a**(8;2;3), **b**(4;6;10), **c**(3;–2;1) и **d**(7;4;11) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, b, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе. Систему уравнений решить по формулам Крамера.

А13

Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти: 1) длину ребра A_1A_2; 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4; 3) угол между ребрами A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4) площадь грани $A_1A_2A_3$; 5) объем пирамиды; 6) уравнение прямой A_1A_2; 7) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$. Сделать чертеж.
$A_1(4;6;5)$ $A_2(6;9;4)$ $A_3(2;10;10)$ $A_4(7;5;9)$.

А23

Уравнения двух сторон параллелограмма x+2y+2=0 и x+y–4=0, а уравнение одной из его диагоналей x–2=0. Найти координаты вершин параллелограмма.

А33

Составить уравнение линии, расстояние каждой точки которой от точки A(2;0) и от прямой 5x+8=0 относятся как 5:4.

А43

Дана линия своим уравнением в полярной системе координат $r=\dfrac{4}{2-3\cos\varphi}$. Требуется: 1) построить линию по точкам, давая φ значения через промежуток π/8, начиная от φ=0 до φ=2π; 2) найти уравнение данной линии в прямоугольной декартовой системе координат, у которой начало совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс – с полярной осью; 3) по полученному уравнению определить, какая это линия.

А53

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 4x_1-3x_2+2x_3=9 & (1)\\ 2x_1+5x_2-3x_3=4 & (2)\\ 5x_1+6x_2-2x_3=18 & (3)\end{cases}$$

Доказать её совместимость и решить двумя способами: 1) методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

http://www.kvadromir.com/arutunov.html

A63

Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x'_1 = 7x_1 + 4x_3 \\ x'_2 = 4x_2 - 9x_3 \\ x'_3 = 3x_1 + x_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x''_1 = x'_2 - 6x'_3 \\ x''_2 = 3x'_1 + 7x'_3 \\ x''_3 = x'_1 + x'_2 - x'_3 \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x_1'' , x_2'' , x_3'' через x_1, x_2, x_3.

A73

Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицы А.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 7 \\ 1 & -4 & 9 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

A83

Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка $5x^2 + 4\sqrt{6}xy + 7y^2 = 22$.

A93

Дано комплексное число z. Требуется: 1) записать число z в алгебраической и тригонометрической формах; 2) найти все корни уравнения $w^3+z=0$.

$$z = \frac{-2\sqrt{2}}{1-i}$$

A103

Построить график функции y=Asin(ax+b) преобразованием графика функции y=sinx.
y=(–6/5)sin(x+1).

A113

Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.
А) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{2x^3 + x^2 - 5}{x^3 + x - 2}$; б) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x}$; в) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{1-\cos 2x}}{|x|}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{4x+1}{4x}\right)^{2x}$

http://www.kvadromir.com/arutunov.html

A123

Заданы функция y=$12^{\frac{1}{x}}$ и два значения аргумента $x_1=0$ и $x_2=2$. Требуется:

1) установить, является ли данная функция непрерывной или разрывной для каждого из данных значений аргумента;
2) в случае разрыва функции найти её пределы в точке разрыва слева и справа;
3) сделать схематический чертеж.

A133

Задана функция y=f(x). Найти точки разрыва функции, если они существуют. Сделать чертеж.

$$f(x)=\begin{cases} -x, & \text{если } x\le 0,\\ -(x-1)^2, & \text{если } 0<x<2\\ (x-3), & \text{если } x\ge 2 \end{cases}$$

A143

Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций.

а) $y=x\sqrt{\frac{1+x^2}{1-x}}$; б) $y=\frac{1}{tg^2 2x}$; в) $y=\arcsin\sqrt{1-3x}$; г) $y=x^{\ln x}$; д) $y\sin x=\cos(x-y)$.

A153

Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$

А) y= $x^3\ln x$; б) x=t–sint, y=1–cost.

A163

Применяя формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа к функции f(x)=e^x, вычислить значения e^a и e^b с точностью 0,001. a=0,75 b=0,78.

A173

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=\frac{\sqrt{3}}{2}x+\cos x$ на отрезке [0;π/2].

A183

Прямоугольник вписан в эллипс с осями 2a и 2b. Каковы должны быть стороны прямоугольника, чтобы его площадь была наибольшей?

A193

Методами дифференциального исчисления исследовать функцию y=f(x) для $\forall x \in R$, и по результатам исследования построить её график. $y = \dfrac{x^2+1}{x^2-1}$.

A203

Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и, используя результаты исследования построить её график. $y = e^{2x-x^2}$.

A213

Найти уравнение касательной, уравнение нормальной плоскости и вычислить кривизну линии **r**=**r(**t) в точке t_0

r(t)=$2\sin^2 t\,\mathbf{i}+2\cos^2 t\cdot\mathbf{j}+\sin 2t\cdot\mathbf{k}$; $t_0=\pi/4$

A223

Определить количество действительных корней уравнения f(x)=0, отделить эти корни и, применяя метод хорд и касательных, найти их приближенное значение с точностью 0,01.

$x^3+x+3=0$

A233

Дана функция $z=\ln(x^2+y^2+2x+1)$. Показать, что $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$.

A243

Даны функция $z=x^2+3xy-6y$ и две точки A(4;1) и B(3,96; 1,03). Требуется: 1) вычислить значение z_1 функции в точке B; 2) вычислить приближенное значение z_1 функции в точке B, исходя из значения z_0 функции в точке A, заменив приращение функции при переходе от точки A к точке B дифференциалом, и оценить в процентах относительную погрешность, возникающую при замене приращения функции её дифференциалом; 3) составить уравнение касательной плоскости к поверхности z=f(x,y) в точке $C(x_0,y_0,z_0)$.

A253

Найти наименьшее и наибольшее значения функции $z=3-2x^2-xy-y^2$ в замкнутой области D, заданной системой неравенств $x\le 1$, $y\ge 0$, $y\le x$. Сделать чертеж.

A263

Даны функция $z=\ln(x^2+3y^2)$, точка A(1;1) и вектор $\mathbf{a}=3\mathbf{i}+2\mathbf{j}$. Найти: 1) gradz в точке A; 2) производную в точке A по направлению вектора **a**.

A273

Экспериментально получены пять значений искомой функции y=f(x) при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблице. Методом наименьших квадратов найти функцию y=f(x) в виде y=ax+b.

x	1	2	3	4	5
y	4,7	5,7	4,2	2,2	2,7

A283

Найти неопределенные интегралы. В двух первых примерах (п.а и б) проверить результаты дифференцированием.

а) $\int \frac{x^3dx}{\sqrt{1-x^8}}$; б) $\int x3^x dx$; в) $\int \frac{3x-7dx}{x^3+4x^2+4x+16}$; г) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+3)^2}+\sqrt{x+3}}$.

A293

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_{-3}^{7}\sqrt{x^3+32}dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

A303

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_{-1}^{\infty}\frac{dx}{x^2+x+1}$$

A313

Вычислить площадь фигуры, ограниченной кардоидой r=3(1+cosφ).

A323

Найти общее решение дифференциального уравнения xy’=yln(y/x).

A333

Найти общее решение дифференциального уравнения y’’+y’tgx=sin2x.

A343

Найти частное решение дифференциального уравнения $y''+4y'=e^{-2x}$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0)=0$, $y'(0)=0$.

A353

Дана система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x + y \\ \dfrac{dy}{dt} = 8x + y \end{cases}$$

Требуется: 1) найти общее решение системы с помощью характеристического уравнения; 2) записать в матричной форме данную систему и её решение.

A363

Пуля, двигаясь со скоростью v_0= 400 м/с, входит в достаточно толстую стену. Сопротивление стены сообщает пуле отрицательное ускорение, пропорциональное квадрату её скорости с коэффициентом пропорциональности k= 7 $м^{-1}$. Найти скорость пули через 0,001 с после вхождения в стену.

A373

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координатах площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах (a>0).

$(x^2+ y^2)^3 =a^2 x^2 (4x^2 +3y^2)$

A383

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертежи данного тела и его проекции на плоскость XOУ.

z=0, z=4-x-y, $x^2 + y^2 = 4$

A393

Вычислить криволинейный интеграл

$$\oint_L \frac{ydx - xdy}{x^2 + y^2}$$

вдоль границы L треугольника ABC, обходя её против хода часовой стрелки, если A(1;0), B(1;1), C(0;1). Сделать чертеж.

A403

Даны векторное поле **F=**(x+7z)**k** и плоскость (p) 2x + y + z – 4 =0, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Обозначим основание пирамиды,

принадлежащее плоскости (p), через σ, ограничивающий σ контур – через λ, нормаль к σ, направленную вне пирамиды V, – через **n**. Требуется:
1) вычислить поток векторного поля **F** через поверхность σ в направлении нормали **n**;
2) вычислить циркуляцию векторного поля **F** по замкнутому контуру λ непосредственно и применив теорему Стокса к контуру λ и ограниченной им поверхности σ с нормалью **n**;
3) вычислить поток векторного поля **F** через полную поверхность пирамиды V в направлении внешней нормали к её поверхности непосредственно и применив теорему Остроградского. Сделать чертеж.

A413

Проверить, является ли векторное поле **F=(10**x-3yz)**i**+(10y-3xz)**j**+(10z-3xy)**k** потенциальным и соленоидальным. В потенциальности поля **F** найти его потенциал.

A423

Исследовать сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$. $u_n = \dfrac{1}{(2n+1)^2 - 1}$

A433

Найти радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$. $a_n = \dfrac{(2n)!}{n^n}$.

A443

Вычислить определенный интеграл $\int_0^b f(x)dx$ с точностью до 0,001, разложив под интегральную функцию в степенной ряд и затем проинтегрировав его почленно.
f(x)=x·arctgx, b=0,5

A453

Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения y=y(x) дифференциального уравнения y'=f(x,y), удовлетворяющего начальному условию $y(0)=y_0$.
$y'=y+y^2$,   y(0)=3.

A463

Разложить функцию f(x) в ряд Фурье в интервале (a;b).
f(x)=(π-x)/2,   (-π;π)

A473

Методом Даламбера найти уравнение u=u(x;t) формы однородной струны, определяемой волновым уравнением $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, если в начальный момент $t_0=0$ форма струны и скорость точки струны с абсциссой x определяется соответственно заданными функциями $u_{t0}=f(x)$ и $\frac{\partial u}{\partial t}|_{t_0=0} = F(x)$.

$f(x)=e^x$ $\qquad$ $F(x)=\omega x$

A483

Представить заданную функцию $W = i(1-z^2)-2z$, где z=x+iy, в виде W=u(x,y)+iv(x,y); проверить, будет ли она аналитической, и в случае положительного ответа найти значение её производной в заданной точке $z_0=1$.

A493

Разложить функцию $f(z) = e^{1/z}$ в ряд Лорана в окрестности точки $z_0=0$ и определить область сходимости ряда.

A503

Методом операционного исчисления найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям.

$x''' - 2x'' + x' = 4;$ $\qquad$ $x(0)=1,\ x'(0)=2,\ x''(0)=-2.$

A513

Методом операционного исчисления найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющее начальным условиям.

$$\begin{cases} x'+4x-y=0, \quad x(0)=2,\ y(0)=3 \\ y'+2x+y=0; \end{cases}$$

A523

Три стрелка в одинаковых и независимых условиях произвели по одному выстрелу по одной и той же цели. Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,9, вторым – 0,8, третьим –0,7. Найти вероятность того, что: а) только один из стрелков попал в цель; б) только два стрелка попали в цель; в) все три стрелка попали в цель.

A533

Дискретная случайная величина X может принимать только два значения: x_1 и x_2, причем $x_1<x_2$. Известны вероятность p_1 возможного значения x_1, математическое ожидание M(x) и дисперсия D(x). Найти закон распределения этой случайной величины.

$p_1=0,5;\ M(x)=3,5;\ D(x)=0,25$

A543

Случайная величина X задана функцией распределения F(x). Найти плотность распределения вероятностей, математическое ожидание и дисперсию случайной величины.

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0 \\ x^3, & 0<x\le 1 \\ 1, & x>1 \end{cases}$$

A553

Известны математическое ожидание a и среднее квадратическое отклонение σ нормально распределенной случайной величины X. Найти вероятность попадания этой величины в заданный интервал (α;β).

$a=8;\ \sigma=1;\ \alpha=4;\ \beta=9$

A563

Задана матрица P_1 вероятностей перехода цепи Маркова из состояния i (i=1,2) в состояние j (j=1,2) за один шаг. Найти матрицу P_2 перехода из состояния i в состояние j за два шага.

$$P_1=\begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}7 \\ 0{,}4 & 0{,}6 \end{pmatrix}$$

A573

Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания a нормального распределения с надежностью 0,95, зная выборочную среднюю $\bar{x}$, объем выборки n и среднее квадратическое отклонение σ.

$\bar{x}=75{,}15;\ n=64;\ \sigma=8,\ \gamma=0{,}95$

A4

Даны векторы **a**(10;3;1), **b**(1;4;2), **c**(3;9;2) и **d**(19;30;7) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, b, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

A14

Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти: 1) длину ребра A_1A_2; 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4; 3) угол между ребрами A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4) площадь грани $A_1A_2A_3$; 5) объем пирамиды; 6) уравнение прямой A_1A_2; 7) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$. Сделать чертеж.
$A_1(3;5;4)$ $A_2(8;7;4)$ $A_3(5;10;4)$ $A_4(4;7;8)$.

А24

Даны две вершины А(–3;3) и В(5;–1) и точка D(4;3) пересечения высот треугольника. Составить уравнения его сторон.

А34

Составить уравнение линии, каждая точка которой находится вдвое дальше от точки А(4;0), чем от точки В(1;0).

А44

Дана линия своим уравнением в полярной системе координат $r = \dfrac{8}{3 - \cos\varphi}$. Требуется: 1) построить линию по точкам, давая φ значения через промежуток $\pi/8$, начиная от $\varphi=0$ до $\varphi=2\varphi$; 2) найти уравнение данной линии в прямоугольной декартовой системе координат, у которой начало совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс – с полярной осью; 3) по полученному уравнению определить, какая это линия.

А54

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1+x_2+2x_3=-1 & (1) \\ 2x_1-x_2+2x_3=-4 & (2) \\ 4x_1+x_2+4x_3=-2 & (3) \end{cases}$$

Доказать её совместимость и решить двумя способами: 1) методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

А64

Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x'_1 = 2x_2 \\ x'_2 = -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 \\ x'_3 = 4x_1 - x_2 + 5x_3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x''_1 = -3x'_1 + x'_3 \\ x''_2 = 2x'_2 + x'_3 \\ x''_3 = -x'_2 + 3x'_3 \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее
x_1'', x_2'', x_3'' через x_1, x_2, x_3.

А74

Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицы А.

$$A=\begin{pmatrix}5 & 6 & 3\\ -1 & 0 & 1\\ 1 & 2 & -1\end{pmatrix}$$

A84

Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка $4xy+3y^2=36$.

A94

Дано комплексное число a. Требуется:

1) записать число $a=\frac{-4}{1-i\sqrt{3}}$ в алгебраической и тригонометрической формах; 2) найти все корни уравнения $z^3+a=0$

A104

Построить график функции y=Asin(ax+b) преобразованием графика функции y=sinx.
y=3sin(4x–2).

A114

Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

А) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^4+x^2-6}{2x^4-x+2}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{1+3x}-1}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{5x}{arctgx}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}(1+2x)^{1/x}$

A124

Заданы функция $y=3^{\frac{1}{4-x}}$ и два значения аргумента $x_1=2$ и $x_2=4$. Требуется:
1) установить, является ли данная функция непрерывной или разрывной для каждого из данных значений аргумента;
2) в случае разрыва функции найти её пределы в точке разрыва слева и справа;
3) сделать схематический чертеж.

A134

Задана функция y=f(x). Найти точки разрыва функции, если они существуют. Сделать чертеж.

$$f(x)=\begin{cases}\cos x, \text{ если } x\le 0,\\ x^2+1, \text{ если } 0<x<1\\ x, \text{ если } x\ge 1\end{cases}$$

http://www.kvadromir.com/arutunov.html

А144

Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций.

а) $y=\frac{3+6x}{\sqrt{3-4x+5x^2}}$; б) y=sinx –xcosx; в) $y=x^m\ln x$; г) $y=x^{-tgx}$; д) $\frac{y}{x}=arctg\frac{x}{y}$.

А154

Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$

А) y=xarctgx; б) $x=e^{2t}$, y=cost.

А164

Применяя формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа к функции $f(x)=e^x$, вычислить значения e^a и e^b с точностью 0,001. a=0,63 b=0,66.

А174

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=3x^4-16x^3+2$ на отрезке [–3;1].

А184

Найти радиус основания и высоту цилиндра наибольшего объема, который можно вписать в шар радиусом R.

А194

Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и, используя результаты исследования построить её график. $y=\frac{x^2}{x-1}$.

А204

Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и, используя результаты исследования построить её график. $y=x^2-2\ln x$.

А214

Найти уравнение касательной, уравнение нормальной плоскости и вычислить кривизну линии **r**=**r(**t) в точке t_0

$\mathbf{r}(t)=e^{-t}\,\mathbf{i}+e^{t}\,\mathbf{j}+t\cdot\mathbf{k}$; $t_0=0$

A224

Определить количество действительных корней уравнения f(x)=0, отделить эти корни и, применяя метод хорд и касательных, найти их приближенное значение с точностью 0,01.
$x^3+2x-11=0$

A234

Дана функция $z=e^{xy}$. Показать, что $x^2\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}-2xy\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+y^2\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}+2xyz=0$.

A244

Даны функция $z=x^2-y^2+6x+3y$ и две точки A(2;3) и B(2,02; 2,97). Требуется: 1) вычислить значение z_1 функции в точке B; 2) вычислить приближенное значение z_1 функции в точке B, исходя из значения z_0 функции в точке A, заменив приращение функции при переходе от точки A к точке B дифференциалом, и оценить в процентах относительную погрешность, возникающую при замене приращения функции её дифференциалом; 3) составить уравнение касательной плоскости к поверхности z=f(x,y) в точке $C(x_0,y_0,z_0)$.

A254

Найти наименьшее и наибольшее значения функции $z=x^2+3y^2+x-y$ в замкнутой области D, заданной системой неравенств $x\geq 1$, $y\geq -1$, $x+y\leq 1$. Сделать чертеж.

A264

Даны функция $z=\ln(5x^2+4y^2)$, точка A(1;1) и вектор **a**=2**i** –**j**. Найти: 1) gradz в точке A; 2) производную в точке A по направлению вектора **a**.

A274

Экспериментально получены пять значений искомой функции y=f(x) при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблице. Методом наименьших квадратов найти функцию y=f(x) в виде y=ax+b.

X	1	2	3	4	5
y	4,9	5,9	4,4	2,4	2,9

A284

Найти неопределенные интегралы. В двух первых примерах (п.а и б) проверить результаты дифференцированием.

а) $\displaystyle\int\frac{dx}{\cos^2 x(3tgx+1)}$; б) $\displaystyle\int\frac{x\arcsin x}{\sqrt{1+x^2}}dx$; в) $\displaystyle\int\frac{dx}{x^3+x^2+2x+2}$; г) $\displaystyle\int\frac{x^2+\sqrt{1+x}}{\sqrt[3]{1+x}}dx$.

А294

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_0^{10}\sqrt{x^3+5}dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

А304

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_0^1 \frac{x^2dx}{\sqrt{1-x^3}}$$

А314

Вычислить площадь фигуры, ограниченной четырехлепестковой розой r=4sin2φ.

А324

Найти общее решение дифференциального уравнения xy'+y -3=0.

А334

Найти общее решение дифференциального уравнения y''+y'/x=x^2.

А344

Найти частное решение дифференциального уравнения y''–2y'+5y=xe^{2x} , удовлетворяющее начальным условиям y(0)=1, y'(0)=0.

А354

Дана система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 6x+3y \\ \dfrac{dy}{dt} = -8x-5y \end{cases}$$

Требуется: 1) найти общее решение системы с помощью характеристического уравнения; 2) записать в матричной форме данную систему и её решение.

А364

Материальная точка массой m=1 г движется прямолинейно. На неё действует в направлении движения сила, пропорциональная времени, протекавшему от момента, когда скорость точки равнялась нулю, с коэффициентом пропорциональности $k_1=2$ г·см/с^3; кроме того, точка испытывает сопротивление среды, пропорциональное скорости движения с коэффициентом пропорциональности $k_2=3$ г/с. Найти скорость точки через 3 с после начала движения.

А374

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координатах площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах (a>0).
$(x^2+y^2)^2=a^2(3x^2+2y^2)$

А384

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертежи данного тела и его проекции на плоскость ХОУ.
$z=0,\ z=y^2,\quad x^2+y^2=9$

А394

Вычислить криволинейный интеграл
$$\int_L (x^2-2xy)dx+(y^2-2xy)dy$$
вдоль дуги L параболы $y=x^2$ от точки A(-1;1) до точки B(1;1). Сделать чертеж.

А404

Даны векторное поле **F**=(x –2y–z)**i** и плоскость (p) –x+2y+2z – 4 =0, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Обозначим основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p), через σ, ограничивающий σ контур – через λ, нормаль к σ, направленную вне пирамиды V, – через **n**. Требуется:
1) вычислить поток векторного поля **F** через поверхность σ в направлении нормали **n**;
2) вычислить циркуляцию векторного поля **F** по замкнутому контуру λ непосредственно и применив теорему Стокса к контуру λ и ограниченной им поверхности σ с нормалью **n**;
3) вычислить поток векторного поля **F** через полную поверхность пирамиды V в направлении внешней нормали к её поверхности непосредственно и применив теорему Остроградского. Сделать чертеж.

А414

Проверить, является ли векторное поле **F=(12**x+yz)**i**+(12y+xz)**j**+(12z+xy)**k** потенциальным и соленоидальным. В потенциальности поля **F** найти его потенциал.

http://www.kvadromir.com/arutunov.html

A424

Исследовать сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$. $u_n = \frac{3^n}{(2n)!}$

A434

Найти радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$. $a_n = \frac{3^n n!}{(n+1)^n}$.

A444

Вычислить определенный интеграл $\int_0^b f(x)dx$ с точностью до 0,001, разложив под интегральную функцию в степенной ряд и затем проинтегрировав его почленно.
$f(x)=\ln(1+x^2)/x$, b=0,5

A454

Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения y=y(x) дифференциального уравнения y'=f(x,y), удовлетворяющего начальному условию $y(0)=y_0$.
$y'=2e^y - xy$, y(0)=0.

A464

Разложить функцию f(x) в ряд Фурье в интервале (a;b).
f(x)=1+|x|, (-1;1)

A474

Методом Даламбера найти уравнение u=u(x;t) формы однородной струны, определяемой волновым уравнением $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, если в начальный момент $t_0=0$ форма струны и скорость точки струны с абсциссой x определяется соответственно заданными функциями $u_{t0}=f(x)$ и $\frac{\partial u}{\partial t}|_{t_0=0} = F(x)$.

f(x)=cosx F(x)=ωx

A484

Представить заданную функцию $W=e^{1-2z}$, где z=x+iy, в виде W=u(x,y)+iv(x,y); проверить, будет ли она аналитической, и в случае положительного ответа найти значение её производной в заданной точке $z_0= \pi i/3$.

http://www.kvadromir.com/arutunov.html

A494

Разложить функцию $f(z)=\dfrac{1}{(z^2+1)^2}$ в ряд Лорана в окрестности точки $z_0=i$ и определить область сходимости ряда

A504

Методом операционного исчисления найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям.

$x'' - 9x = e^{-2t}$; $\quad x(0)=0,\ x'(0)=0.$

A514

Методом операционного исчисления найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющее начальным условиям.

$$\begin{cases} x'+y-z=0 \\ y'-z=0, \qquad x(0)=2,\ y(0)=1/2,\ z(0)=5/2 \\ x+z-z'=0; \end{cases}$$

A524

Вероятность наступления события в каждом из одинаковых и независимых испытаний равна 0,7. Найти вероятность того, что в 1600 испытаниях событие наступит 900 раз.

A534

Дискретная случайная величина X может принимать только два значения: x_1 и x_2, причем $x_1<x_2$. Известны вероятность p_1 возможного значения x_1, математическое ожидание M(x) и дисперсия D(x). Найти закон распределения этой случайной величины.

A544

Случайная величина X задана функцией распределения F(x). Найти плотность распределения вероятностей, математическое ожидание и дисперсию случайной величины.

A554

Известны математическое ожидание a и среднее квадратическое отклонение σ нормально распределенной случайной величины X. Найти вероятность попадания этой величины в заданный интервал (α;β).

$a=7;\ \sigma=2;\ \alpha=3;\ \beta=10$

http://www.kvadromir.com/arutunov.html

А564

Задана матрица P_1 вероятностей перехода цепи Маркова из состояния i (i=1,2) в состояние j (j=1,2) за один шаг. Найти матрицу P_2 перехода из состояния i в состояние j за два шага.

$$P_1=\begin{pmatrix} 0,4 & 0,6 \\ 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$$

А574

Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания a нормального распределения с надежностью 0,95, зная выборочную среднюю $\bar{x}$, объем выборки n и среднее квадратичное отклонение σ.

$\bar{x}=75,14$; $n=81$; $\sigma=9$, $\gamma=0,95$

А5

Даны векторы **a**(2;4;1), **b**(1;3;6), **c**(5;3;1) и **d**(24;20;6) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, b, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

А15

Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти: 1) длину ребра A_1A_2; 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4; 3) угол между ребрами A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4) площадь грани $A_1A_2A_3$; 5) объем пирамиды; 6) уравнение прямой A_1A_2; 7) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$. Сделать чертеж.
$A_1(10;6;6)$ $A_2(–2;8;2)$ $A_3(6;8;9)$ $A_4(7;10;3)$.

А25

Даны вершины A(–3; –2), B(4; –1), C(1;3) трапеции ABCD (AD||BC). Известно, что диагонали трапеции взаимно перпендикулярны. Найти координаты вершины D этой трапеции.

А35

Составить уравнение линии, расстояние каждой точки которой от точки A(2;0) и от прямой 2x+5=0 относятся как 4:5.

А45

Дана линия своим уравнением в полярной системе координат $r=\dfrac{1}{2+2\cos\varphi}$. Требуется: 1) построить линию по точкам, давая φ значения через промежуток π/8, начиная от φ=0 до φ=2π; 2) найти уравнение данной линии в прямоугольной декартовой системе координат, у которой начало совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс – с полярной осью; 3) по полученному уравнению определить, какая это линия.

А55

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1-x_2-x_3=4 & (1) \\ 3x_1+4x_2-2x_3=11 & (2) \\ 3x_1-2x_2+4x_3=11 & (3) \end{cases}$$

Доказать её совместимость и решить двумя способами: 1) методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

А65

Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x'_1 = 3x_1 - x_2 + 5x_3 \\ x'_2 = x_1 + 2x_2 + 4x_3 \\ x'_3 = 3x_1 + 2x_2 - x_3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x''_1 = 4x'_1 + 3x'_2 + x'_3 \\ x''_2 = 3x'_1 + x'_2 + 2x'_3 \\ x''_3 = x'_1 - 2x'_2 + x'_3 \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее
x_1'' , x_2'' , x_3'' через x_1, x_2, x_3.

А75

Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицы А.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix}$$

А85

Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка $5x^2+8xy+5y^2=9$.

А95

Дано комплексное число z. Требуется: 1) записать число z в алгебраической и тригонометрической формах; 2) найти все корни уравнения $w^3+z=0$.

$$z = \frac{-2\sqrt{2}}{1+i}$$

A105

Построить график функции y=Asin(ax+b) преобразованием графика функции y=sinx.
y=–sin(x/2–1).

A115

Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

А) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+6x-5}{5x^2-x-1}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos^3 x}{x^2}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty} x[\ln(x+1)-\ln x]$

A125

Заданы функция $y=8^{\frac{1}{5-x}}$ и два значения аргумента $x_1=3$ и $x_2=5$. Требуется:

1) установить, является ли данная функция непрерывной или разрывной для каждого из данных значений аргумента;
2) в случае разрыва функции найти её пределы в точке разрыва слева и справа;
3) сделать схематический чертеж.

A135

Задана функция y=f(x). Установить, является ли данная функция непрерывной. В случае разрыва функции в некоторой точке найти её пределы слева и справа, классифицировать характер разрыва. Изобразить схематично график функции.

$$f(x)=\begin{cases}-x, & \text{если } x\le 0,\\ x^2, & \text{если } 0<x\le 2\\ x+1, & \text{если } x>2\end{cases}$$

A145

Найти производные $\dfrac{dy}{dx}$ данных функций.

а) $y=\dfrac{x}{\sqrt{a^2-x^2}}$; б) $y=\dfrac{\sin^2 x}{2+3\cos^2 x}$; в) $y=\dfrac{x}{x-1}\ln x$; г) $y=(arctgx)^{\ln x}$; д) $(e^x-1)(e^y-1)-1=0$.

A155

Найти $\dfrac{dy}{dx}$ и $\dfrac{d^2y}{dx^2}$

А) y=arctgx; б) $x=3\cos^2 t$, $y=2\sin^3 t$.

http://www.kvadromir.com/arutunov.html

A165

Применяя формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа к функции $f(x)=e^x$, вычислить значения e^a и e^b с точностью 0,001. a=0,21 b=0,24.

A175

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=x^3-3x+1$ на отрезке [1/2;2].

A185

Найти радиус основания и высоту конуса наименьшего объема, описанного около шара радиусом R.

A195

Методами дифференциального исчисления исследовать функцию y=f(x) для $\forall x\in R$, и по результатам исследования построить её график; $y=\dfrac{x^3}{x^2+1}$.

A205

Исследовать математическими методами дифференциального исчисления исследовать функцию y=f(x) и, используя результаты исследования, построить её график. $y=\ln(x^2-4)$.

A215

Найти уравнение касательной, уравнение нормальной плоскости и вычислить кривизну линии **r**=**r**(t) в точке t_0
$\mathbf{r}(t)=(t^3+8t)\mathbf{i}+t^2\mathbf{j}+(t^5+3t)\cdot\mathbf{k}$; $t_0=2$

A225

Определить количество действительных корней уравнения f(x)=0, отделить эти корни и, применяя метод хорд и касательных, найти их приближенное значение с точностью 0,01.
$x^3+x+1=0$

A235

Дана функция $z=\ln(x+e^{-y})$. Показать, что $\dfrac{\partial z}{\partial x}\cdot\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-\dfrac{\partial z}{\partial y}\cdot\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}=0$.

A245

Даны функция $z=x^2+2xy+3y^2$ и две точки A(2;1) и B(1,96; 1,04). Требуется: 1) вычислить значение z_1 функции в точке B; 2) вычислить приближенное значение z_1 функции в точке B, исходя из значения

z_0 функции в точке A, заменив приращение функции при переходе от точки A к точке B дифференциалом, и оценить в процентах относительную погрешность, возникающую при замене приращения функции её дифференциалом; 3) составить уравнение касательной плоскости к поверхности z=f(x,y) в точке $C(x_0,y_0,z_0)$.

A255

Найти наименьшее и наибольшее значения функции $z=x^2+2xy+2y^2$ в замкнутой области D, заданной системой неравенств $-1\le x\le 1$, $0\le y\le 2$. Сделать чертеж.

A265

Даны функция $z=5x^2+6xy$, точка A(2;1) и вектор **a**=**i** +2**j**. Найти: 1) gradz в точке A; 2) производную в точке A по направлению вектора **a**.

A275

Экспериментально получены пять значений искомой функции y=f(x) при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблице. Методом наименьших квадратов найти функцию y=f(x) в виде y=ax+b.

X	1	2	3	4	5
y	5,1	6,1	4,6	2,6	3,1

A285

Найти неопределенные интегралы. В двух первых примерах (п.а и б) проверить результаты дифференцированием.

а) $\int \frac{\cos 3x dx}{4+\sin 3x}$; б) $\int x^2 e^{3x} dx$; в) $\int \frac{x^2}{x^3+5x^2+8x+4} dx$; г) $\int \frac{\cos x dx}{1+\cos x}$.

A295

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_{-1}^{9} \sqrt{x^3+2} dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

A305

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$$

http://www.kvadromir.com/arutunov.html

А315

Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной параболами $y=x^2$, $y=\sqrt{x}$.

А325

Найти общее решение дифференциального уравнения $xy'+xe^{y/x}-y=0$.

А335

Найти общее решение дифференциального уравнения $1+(y')^2+y\,y''=0$.

А345

Найти частное решение дифференциального уравнения $y''+5y'+6y=12\cos 2x$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0)=1$, $y'(0)=3$.

А355

Дана система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -x+5y \\ \dfrac{dy}{dt} = x+3y \end{cases}$$

Требуется: 1) найти общее решение системы с помощью характеристического уравнения; 2) записать в матричной форме данную систему и её решение.

А365

В сосуде 100 л водного раствора соли. В сосуд втекает чистая вода со скоростью q=5 л/мин, а смесь вытекает с той же скоростью, причем перемешивание обеспечивает равномерную концентрацию раствора. В начальный момент в растворе содержалось m_0= 10 кг соли. Сколько будет содержаться в сосуде через 20 мин после начала процесса?

А375

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координатах площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах (а>0).
$x^4=a^2(3x^2-y^2)$

А385

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертежи данного тела и его проекции на плоскость ХОУ.

z=0, y+z=2, $x^2+y^2=4$

A395

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_L (x^2y-3x)dx+(y^2x+2y)dy$$

вдоль верхней половины L эллипса x=3cost, y=2sint (0≤t≤π). Сделать чертеж.

A405

Даны векторное поле **F=**(2x+3y–3z)**j** и плоскость (p) 2x–3y+2z – 6 =0, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Обозначим основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p), через σ, ограничивающий σ контур – через λ, нормаль к σ, направленную вне пирамиды V, – через **n**. Требуется:

1) вычислить поток векторного поля **F** через поверхность σ в направлении нормали **n**;
2) вычислить циркуляцию векторного поля **F** по замкнутому контуру λ непосредственно и применив теорему Стокса к контуру λ и ограниченной им поверхности σ с нормалью **n**;
3) вычислить поток векторного поля **F** через полную поверхность пирамиды V в направлении внешней нормали к её поверхности непосредственно и применив теорему Остроградского. Сделать чертеж.

A415

Проверить, является ли векторное поле **F=(4**x-7yz)**i**+(4y-7xz)**j**+(4z-7xy)**k** потенциальным и соленоидальным. В потенциальности поля **F** найти его потенциал.

A425

Исследовать сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$. $u_n = \frac{n^3}{e^n}$

A435

Найти радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$. $a_n = \frac{n}{3^n(n+1)}$.

A445

Вычислить определенный интеграл $\int_0^b f(x)dx$ с точностью до 0,001, разложив под интегральную функцию в степенной ряд и затем проинтегрировав его почленно.

f(x)=xln(1- x^2), b=0,5

А455

Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения $y=y(x)$ дифференциального уравнения $y'=f(x,y)$, удовлетворяющего начальному условию $y(0)=y_0$.
$y'=\sin x+y^2$, $y(0)=1$.

А465

Разложить функцию $f(x)$ в ряд Фурье в интервале $(a;b)$.

$$f(x)=\begin{cases} 0, & -\pi<x<0 \\ x, & 0\le x<\pi \end{cases} \qquad (-\pi;\pi)$$

А6

Даны векторы **a**(1;7;3), **b**(3;4;2), **c**(4;8;5) и **d**(7;32;14) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, b, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе. Систему уравнений решить по формулам Крамера.

А16

Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти: 1) длину ребра A_1A_2; 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4; 3) угол между ребрами A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4) площадь грани $A_1A_2A_3$; 5) объем пирамиды; 6) уравнение прямой A_1A_2; 7) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$. Сделать чертеж.
$A_1(1;8;2)$ $A_2(5;2;6)$ $A_3(5;7;4)$ $A_4(4;10;9)$.

А26

Даны уравнения двух сторон треугольника $5x–4y+15=0$ и $4x+y–9=0$. Его медианы пересекаются в точке $P(0;2)$. Составить уравнение третьей стороны треугольника. Сделать чертеж.

А36

Составить уравнение и построить линию, расстояние каждой точки которой от точки $A(3;0)$ вдвое меньше расстояния от точки $B(26;0)$.

А46

Дана линия своим уравнением в полярной системе координат $r=\dfrac{5}{3-4\cos\varphi}$. Требуется: 1) построить линию по точкам, давая φ значения через промежуток π/8, начиная от φ=0 до φ=2φ; 2) найти уравнение данной линии в прямоугольной декартовой системе координат, у которой начало совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс – с полярной осью; 3) по полученному уравнению определить, какая это линия.

А56

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x_1+4x_2+2x_3=8 & (1) \\ 2x_1-x_2-3x_3=-4 & (2) \\ x_1+5x_2+x_3=0 & (3) \end{cases}$$

Доказать её совместимость и решить двумя способами: 1) методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

А66

Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x'_1=4x_1+3x_2+2x_3 \\ x'_2=-2x_1+x_2-3x_3 \\ x'_3=3x_1+x_2+x_3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x''_1=x'_1-2x'_2-x'_3 \\ x''_2=3x'_1+x'_2+2x'_3 \\ x''_3=x'_1+2x'_2+2x'_3 \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее
x_1'' , x_2'' , x_3'' через x_1, x_2, x_3.

А76

Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицы А.

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

А86

Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка. $13x^2-48xy+27y^2=45$

А96

Дано комплексное число z. Требуется: 1) записать число z в алгебраической и тригонометрической формах; 2) найти все корни уравнения $w^3+z=0$.

$$z=\frac{2\sqrt{2}}{1-i}$$

А106

Построить график функции y=Acos(ax+b) преобразованием графика функции y=cosx.
y=2cos(3x/2–1).

A116

Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

А) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3+x+5x^4}{x^4-12x+1}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+3x}-\sqrt{1-2x}}{x+x^2}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2 ctg 2x}{\sin 3x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}(2x+1)[\ln(3+x)-\ln x]$

A126

Заданы функция $y=10^{\frac{1}{7-x}}$ и два значения аргумента $x_1=5$ и $x_2=7$. Требуется:
1)установить, является ли данная функция непрерывной или разрывной для каждого из данных значений аргумента;
2)в случае разрыва функции найти её пределы в точке разрыва слева и справа;
3) сделать схематический чертеж.

A136

Задана функция y=f(x). Установить, является ли данная функция непрерывной. В случае разрыва функции в некоторой точке найти её пределы слева и справа, классифицировать характер разрыва. Изобразить схематично график функции.

$$f(x)=\begin{cases} -x, & \text{если } x\le 0, \\ \sin x, & \text{если } 0<x\le\pi \\ x-2, & \text{если } x>\pi \end{cases}$$

A146

Найти производные dy/dx данных функций

А) $y=\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}+5\sqrt[5]{x^3+1}$; б) $y=2tg^3(x^2+1)$; в) $y=3^{arctgx^3}$; г) $y=(arctgx)^x$; д) $y^2x=e^{\frac{y}{x}}$.

A156

Найти $\dfrac{dy}{dx}$ и $\dfrac{d^2y}{dx^2}$

А) $y=e^{ctg3x}$; б) x=3cost, $y=4\sin^2 t$

A166

Применяя формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа к функции $f(x)=e^x$, вычислить значения e^a и e^b с точностью 0,001. a=0,55 b=0,58.

http://www.kvadromir.com/arutunov.html

A176

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^4 + 4$ на отрезке [–2;2].

A186

При каких линейных размерах закрытая цилиндрическая банка данной вместимости V будет иметь наименьшую полную поверхность?

A196

Методами дифференциального исчисления исследовать функцию y=f(x) для $\forall x \in R$, и по результатам исследования построить её график. $y = \dfrac{4x^3 + 5}{x}$.

A206

Методами дифференциального исчисления исследовать функцию y=f(x) для $\forall x \in R$, и по результатам исследования построить её график. $y = e^{\frac{1}{2-x}}$.

A216

Найти уравнение касательной, уравнение нормальной плоскости и вычислить кривизну линии **r**=**r(**t) в точке t_0

r(t)=2t**i**–**3**t**j**+ln(tgt)·**k**; $t_0=\pi/4$

A226

Определить количество действительных корней уравнения f(x)=0, отделить эти корни и, применяя метод хорд и касательных, найти их приближенное значение с точностью 0,01.

$x^3+x-1=0$

A236

Дана функция z=x/y. Показать, что $x \cdot \dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \dfrac{\partial z}{\partial y} = 0$.

A246

Даны функция $z=x^2+y^2+2x+y-1$ и две точки A(2;4) и B(1,98; 3,91). Требуется: 1) вычислить значение z_1 функции в точке B; 2) вычислить приближенное значение z_1 функции в точке B, исходя из значения z_0 функции в точке A, заменив приращение функции при переходе от точки A к точке B дифференциалом, и оценить в процентах относительную погрешность, возникающую при замене приращения функции её дифференциалом; 3) составить уравнение касательной плоскости к поверхности z=f(x,y) в точке $C(x_0,y_0,z_0)$.

A256

Найти наименьшее и наибольшее значения функции $z=5x^2-3xy+y^2+4$ в замкнутой области D, заданной системой неравенств $x\geq-1$, $y\geq-1$, $x+y\leq1$. Сделать чертеж.

A266

Даны функция $z=\mathrm{arctg}(xy^2)$, точка A(2;3) и вектор $\mathbf{a}=4\mathbf{i}-3\mathbf{j}$. Найти: 1) gradz в точке A; 2) производную в точке A по направлению вектора **a**.

A276

Экспериментально получены пять значений искомой функции y=f(x) при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблице. Методом наименьших квадратов найти функцию y=f(x) в виде y=ax+b.

X	1	2	3	4	5
y	5,1	6,1	4,6	2,6	3,1

A286

Найти неопределенные интегралы. В двух первых примерах (п.а и б) проверить результаты дифференцированием.

а) $\int \frac{\sin x}{\sqrt[3]{\cos^2 x}}dx$; б) $\int x \arcsin\frac{1}{x}dx$; в) $\int \frac{x+3}{x^3+x^2-2x}dx$; г) $\int \frac{(\sqrt[4]{x}+1)dx}{(\sqrt{x}+4)\sqrt[4]{x^3}}$.

A296

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_2^{12}\sqrt{x^3+4}dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

A306

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_{-3}^{2}\frac{dx}{(x+3)^2}$$

A316

Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной полуэллипсом $y=3\sqrt{1-x^2}$, параболой $x=\sqrt{1-y}$ и Осью Оу.

А326

Найти общее решение дифференциального уравнения.
$y'\cos x=(y+1)\sin x$

А336

Найти общее решение дифференциальные уравнения. $(1+y)y''-5(y')^2=0$

А346

Найти частное решение дифференциального уравнения $y''-5y'+6y=(12x-7)e^{-x}$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0)=0$, $y'(0)=0$.

А356

Дана система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=3x-2y \\ \dfrac{dy}{dt}=2x+8y \end{cases}$$

Требуется: 1) найти общее решение системы с помощью характеристического уравнения; 2) записать в матричной форме данную систему и её решение.

А366

Кривая проходит через точку (2;–1) и обладает тем свойством, что угловой коэффициент касательной в любой её точке пропорционален квадрату ординаты точки касания с коэффициентом пропорциональности k=3. Найти уравнение кривой.

А376

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координатах площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах (a>0).
$x^6=a^2(x^4-y^4)$

А386

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертежи данного тела и его проекции на плоскость XOY.
$z=0$, $4z=y^2$, $2x-y=0$, $x+y=9$

А396

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_L (x^2 + y)dx - (y^2 + x)dy$$

вдоль ломаной L=ABC, где A(1;2), B(1;5), C(3;5). Сделать чертеж.

A406

Даны векторное поле **F=**(2x+4y+3z)**k** и плоскость (p) 3x + 2y + 3z – 6 =0, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Обозначим основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p), через σ, ограничивающий σ контур – через λ, нормаль к σ, направленную вне пирамиды V, – через **n**. Требуется:

1)вычислить поток векторного поля **F** через поверхность σ в направлении нормали **n**;

2)вычислить циркуляцию векторного поля **F** по замкнутому контуру λ непосредственно и применив теорему Стокса к контуру λ и ограниченной им поверхности σ с нормалью **n**;

3)вычислить поток векторного поля **F** через полную поверхность пирамиды V в направлении внешней нормали к её поверхности непосредственно и применив теорему Остроградского. Сделать чертеж.

A416

Проверить, является ли векторное поле **F=(**x+2yz)**i**+(y+2xz)**j**+(z+2xy)**k** потенциальным и соленоидальным. В потенциальности поля **F** найти его потенциал.

A426

Исследовать сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$. $u_n = \dfrac{1}{(n+1)[\ln(n+1)]^2}$

A436

Найти радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$. $a_n = \dfrac{5^n}{\sqrt[n]{n}}$.

A446

Вычислить определенный интеграл $\int_0^b f(x)dx$ с точностью до 0,001, разложив под интегральную функцию в степенной ряд и затем проинтегрировав его почленно.

f(x)= xe^{-x} , b=0,5

A456

Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения y=y(x) дифференциального уравнения y'=f(x,y), удовлетворяющего начальному условию $y(0)=y_0$.

$y'=e^x + y$,   y(0)=4.

http://www.kvadromir.com/arutunov.html

A466

Разложить функцию f(x) в ряд Фурье в интервале (a;b).
$f(x)=|1-x|$,   (-2;2)

A476

Методом Даламбера найти уравнение u=u(x;t) формы однородной струны, определяемой волновым уравнением $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, если в начальный момент $t_0=0$ форма струны и скорость точки струны с абсциссой x определяется соответственно заданными функциями $u_{t0}=f(x)$ и $\frac{\partial u}{\partial t}|_{t_0=0}=F(x)$.

f(x)=x   F(x)=cosx

A486

Представить заданную функцию $W=e^{1-2iz}$, где z=x+iy, в виде W=u(x,y)+iv(x,y); проверить, будет ли она аналитической, и в случае положительного ответа найти значение её производной в заданной точке $z_0=\pi/6$.

A496

Разложить функцию $f(z)=\cos\left(\frac{z}{1-z}\right)$ в ряд Лорана в окрестности точки $z_0=1$ и определить область сходимости ряда.

A506

Методом операционного исчисления найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям.
$x'' +9x=\cos(3t)$; $x(0)=1$, $x'(0)=0$.

A516

Методом операционного исчисления найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющее начальным условиям.

$$\begin{cases} x'=-x+y+z \\ y'=x-y+z, \qquad x(0)=2,\ y(0)=2,\ z(0)=-1 \\ z'=x+y-z; \end{cases}$$

A526

Вероятность наступления события в каждом из одинаковых и независимых испытаний равна 0,02. Найти вероятность того, что в 150 испытаниях событие наступит 5 раз.

http://www.kvadromir.com/arutunov.html

А536

Дискретная случайная величина X может принимать только два значения: x_1 и x_2, причем $x_1<x_2$. Известны вероятность p_1 возможного значения x_1, математическое ожидание M(x) и дисперсия D(x). Найти закон распределения этой случайной величины.

$p_1=0,9$; $M(x)=2,2$; $D(x)=0,36$

А546

Случайная величина X задана функцией распределения F(x). Найти плотность распределения вероятностей, математическое ожидание и дисперсию случайной величины.

$$F(x)\begin{cases} 0, & x\le 0 \\ x^2/9, & 0<x\le 3 \\ 1, & x>3 \end{cases}$$

А556

Известны математическое ожидание a и среднее квадратическое отклонение σ нормально распределенной случайной величины X. Найти вероятность попадания этой величины в заданный интервал (α;β).

$a=5$; $\sigma=1$; $\alpha=1$; $\beta=12$

А566

Задана матрица P_1 вероятностей перехода цепи Маркова из состояния i (i=1,2) в состояние j (j=1,2) за один шаг. Найти матрицу P_2 перехода из состояния i в состояние j за два шага.

$$P_1=\begin{pmatrix} 0,6 & 0,4 \\ 0,8 & 0,2 \end{pmatrix}$$

А576

Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания a нормального распределения с надежностью 0,95, зная выборочную среднюю $\bar{x}$, объем выборки n и среднее квадратическое отклонение σ.

$\bar{x}=75,12$; $n=121$; $\sigma=11$, $\gamma=0,95$

А7

Даны векторы **a**(1;–2;3), **b**(4;7;2), **c**(6;4;2) и **d**(14;18;6) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, b, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе. Систему уравнений решить по формулам Крамера.

A17

Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти: 1) длину ребра A_1A_2; 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4; 3) угол между ребрами A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4) площадь грани $A_1A_2A_3$; 5) объем пирамиды; 6) уравнение прямой A_1A_2; 7) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$. Сделать чертеж.
$A_1(6;6;5)$ $A_2(4;9;5)$ $A_3(4;6;11)$ $A_4(6;9;3)$.

A27

Даны две вершины A(2;–2) и B(3;–1) и точка P(1;0) пересечения медиан треугольника ABC. Составить уравнение высоты треугольника, проведенного через третью вершину C.

A37

Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой одинаково удалена от точки A(0;2) и от прямой y–4=0.

A47

Дана линия своим уравнением в полярной системе координат $r = \dfrac{10}{2-\cos\varphi}$. Требуется: 1) построить линию по точкам, давая φ значения через промежуток π/8, начиная от φ=0 до φ=2φ; 2) найти уравнение данной линии в прямоугольной декартовой системе координат, у которой начало совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс – с полярной осью; 3) по полученному уравнению определить, какая это линия.

A57

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1+x_2-x_3=1 & (1)\\ 8x_1+3x_2-6x_3=2 & (2)\\ 4x_1+x_2-3x_3=3 & (3)\end{cases}$$

Доказать её совместимость и решить двумя способами: 1) методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

A67

Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x'_1 = 4x_1+3x_2+8x_3\\ x'_2 = 6x_1+9x_2+x_3\\ x'_3 = 2x_1+x_2+8x_3\end{cases} \qquad \begin{cases} x''_1 = -x'_1+8x'_2-2x'_3\\ x''_2 = -4x'_1+3x'_2+2x'_3\\ x''_3 = 3x'_1-8x'_2+5x'_3\end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее

x_1'' , x_2'' , x_3'' через x_1, x_2, x_3.

A77

Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицы A.

$$A=\begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix}$$

A87

Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка. $4x^2+24xy+11y^2=20$

A97

Дано комплексное число z. Требуется: 1) записать число z в алгебраической и тригонометрической формах; 2) найти все корни уравнения $w^3+z=0$.

$$z=\frac{4}{1-i\sqrt{3}}$$

A107

Построить график функции y=Acos(ax+b) преобразованием графика функции y=cosx.
y=(3/2)cos(x/2+1).

A117

Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

А) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-2x^2+5x^4}{2+3x^2+x^4}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^2+x^3}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 6x}{1-\cos 2x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}(x-5)[\ln(x-3)-\ln x]$

A127

Заданы функция $y=14^{\frac{1}{6-x}}$ и два значения аргумента $x_1=4$ и $x_2=6$. Требуется:
1)установить, является ли данная функция непрерывной или разрывной для каждого из данных значений аргумента;
2)в случае разрыва функции найти её пределы в точке разрыва слева и справа;
3)сделать схематический чертеж.

http://www.kvadromir.com/arutunov.html

А137

Задана функция y=f(x). Найти точки разрыва функции, если они существуют. Сделать чертеж.

$$f(x)=\begin{cases} -(x+1), & \text{если } x\le -1,\\ (x+1)^2, & \text{если } -1<x<0\\ x, & \text{если } x\ge 0\end{cases}$$

А147

Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций.

а) $y=\sqrt[3]{\frac{1+x^2}{1-x^2}}$; б) $y=\frac{1}{2}tg^2x+\ln\cos x$; в) $y=arctg\frac{x}{1+\sqrt{1-x^2}}$; г) $y=(x+x^2)^x$;

д) $x^3+y^3-3axy=0$.

А157

Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$

А) $y=e^x\cos x$; б) $x=3t-t^3$, $y=3t^2$.

А167

Применяя формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа к функции $f(x)=e^x$, вычислить значения e^a и e^b с точностью 0,001. a=0,37 b=0,40.

А177

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=\frac{\sqrt{3}}{2}x-\sin x$ на отрезке $[0;\pi/2]$.

А187

Окно имеет форму прямоугольника, завершенного полукругом. Периметр окна равен a. При каких размерах сторон прямоугольника окно будет пропускать наибольшее количество света?

А197

Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и, используя результаты исследования построить её график. $y=\frac{x^2-5}{x-3}$.

http://www.kvadromir.com/arutunov.html

A207

Исследовать математическими методами дифференциального исчисления исследовать функцию y=f(x) и, используя результаты исследования, построить её график. $y = \ln(x^2 + 1)$.

A217

Найти уравнение касательной, уравнение нормальной плоскости и вычислить кривизну линии **r**=**r(**t) в точке t_0

$\mathbf{r}(t)=(t^2-3)\mathbf{i}+(t^3+2)\mathbf{j}+\ln t\cdot\mathbf{k}$; $t_0=1$

A227

Определить количество действительных корней уравнения f(x)=0, отделить эти корни и, применяя метод хорд и касательных, найти их приближенное значение с точностью 0,01.

$x^3+4x+8=0$

A237

Дана функция $z=x^y$. Показать, что $y\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y} = (1+y\ln x)\frac{\partial z}{\partial x}$.

A247

Даны функция $z=3x^2+2y^2-xy$ и две точки A(–1;3) и B(–0,98; 2,97). Требуется: 1) вычислить значение z_1 функции в точке B; 2) вычислить приближенное значение z_1 функции в точке B, исходя из значения z_0 функции в точке A, заменив приращение функции при переходе от точки A к точке B дифференциалом, и оценить в процентах относительную погрешность, возникающую при замене приращения функции её дифференциалом; 3) составить уравнение касательной плоскости к поверхности z=f(x,y) в точке $C(x_0,y_0,z_0)$.

A257

Найти наименьшее и наибольшее значения функции $z=10+2xy-x^2$ в замкнутой области D, заданной системой неравенств $0\le y\le 4-x^2$. Сделать чертеж.

A267

Даны функция $z=\arcsin(x^2/y)$, точка A(1;2) и вектор **a**=5**i** –12**j**. Найти: 1) gradz в точке A; 2) производную в точке A по направлению вектора **a**.

A277

Экспериментально получены пять значений искомой функции y=f(x) при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблице. Методом наименьших квадратов найти функцию y=f(x) в виде y=ax+b.

X	1	2	3	4	5
y	5,2	6,2	4,7	2,7	3,2

А287

Найти неопределенные интегралы. В двух первых примерах (п.а и б) проверить результаты дифференцированием.

а) $\int \frac{(x+arctgx)dx}{1+x^2}$; б) $\int x\ln(x^2+1)dx$; в) $\int \frac{(x^2-3)dx}{x^4+5x^2+6}$; г) $\int \frac{\sqrt{x+5}}{1+\sqrt[3]{x+5}}dx$.

А297

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_1^{11} \sqrt{x^3+3}dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

А307

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{x\ln x}dx$$

А317

Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной кривыми $y=x^2$ и $y=\frac{2}{1+x^2}$.

А327

Найти общее решение дифференциального уравнения $xy'-y=\sqrt{x^2+y^2}$.

А337

Найти общее решение дифференциального уравнения $xy''+2y'=x^2$.

А347

Найти частное решение дифференциального уравнения $y''-4y'+13y=26x+5$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0)=1$, $y'(0)=0$.

А357

Дана система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -4x - 6y \\ \dfrac{dy}{dt} = -4x - 2y \end{cases}$$

Требуется: 1) найти общее решение системы с помощью характеристического уравнения; 2) записать в матричной форме данную систему и её решение.

А367

Кривая проходит через точку (1;2) и обладает тем свойством, что произведение углового коэффициента касательной в любой её точке на сумму координат точки касания равно удвоенной ординате этой точки. Найти уравнение кривой.

А377

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координатах площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах (a>0).

$x^4=a^2(x^2-3y^2)$

А387

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертежи данного тела и его проекции на плоскость ХОУ.

$z=0,\ x^2+y^2=z,\quad x^2+y^2=4$

А397

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_L y\,dx + \frac{x}{y}\,dy$$

вдоль дуги L кривой $y=e^{-x}$ от точки A(0;1) до точки B(-1;e). Сделать чертеж.

А407

Даны векторное поле **F**=(x –y+z)**i** и плоскость (p) –x+2y+z – 4 =0, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Обозначим основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p), через σ, ограничивающий σ контур – через λ, нормаль к σ, направленную вне пирамиды V, – через **n**. Требуется:

1) вычислить поток векторного поля **F** через поверхность σ в направлении нормали **n**;
2) вычислить циркуляцию векторного поля **F** по замкнутому контуру λ непосредственно и применив теорему Стокса к контуру λ и ограниченной им поверхности σ с нормалью **n**;
3) вычислить поток векторного поля **F** через полную поверхность пирамиды V в направлении внешней нормали к её поверхности непосредственно и применив теорему Остроградского. Сделать чертеж.

А417

Проверить, является ли векторное поле **F=(5**x+4yz)**i**+(5y+4xz)**j**+(5z+4xy)**k** потенциальным и соленоидальным. В потенциальности поля **F** найти его потенциал.

А427

Исследовать сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$. $u_n = \frac{2n+1}{\sqrt{n2^n}}$

А437

Найти радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$. $a_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$.

А447

Вычислить определенный интеграл $\int_0^b f(x)dx$ с точностью до 0,001, разложив под интегральную функцию в степенной ряд и затем проинтегрировав его почленно.
$f(x)=\mathrm{arctg}x^2$, b=0,5

А457

Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения y=y(x) дифференциального уравнения y'=f(x,y), удовлетворяющего начальному условию $y(0)=y_0$.
$y'=x^2+y^2$, y(0)=2.

А467

Разложить функцию f(x) в ряд Фурье в интервале (a;b).
f(x)=|x|, (-π;π)

А477

Методом Даламбера найти уравнение u=u(x;t) формы однородной струны, определяемой волновым уравнением $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, если в начальный момент $t_0=0$ форма струны и скорость точки струны с абсциссой x определяется соответственно заданными функциями $u_{t0}=f(x)$ и $\frac{\partial u}{\partial t}|_{t_0=0} = F(x)$.

f(x)=sinx F(x)=cosx

http://www.kvadromir.com/arutunov.html

А487

Представить заданную функцию $W = 2z^2 - iz$, где z=x+iy, в виде W=u(x,y)+iv(x,y); проверить, будет ли она аналитической, и в случае положительного ответа найти значение её производной в заданной точке z_0=1–i.

А497

Разложить функцию $f(z) = \dfrac{1}{z(z-1)}$ в ряд Лорана в окрестности точки z_0=0 и определить область сходимости ряда.

А507

Методом операционного исчисления найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям.
x’’’+x=1; x(0)=0, x’(0)=0, x’’(0)=0.

А517

Методом операционного исчисления найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющее начальным условиям.

$$\begin{cases} x' - x + 2y = 3, & x(0)=0,\ y(0)=0 \\ 3x' + y' - 4x + 2y = 0; & \end{cases}$$

А527

В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно три окажутся дефектными.

А537

Дискретная случайная величина X может принимать только два значения: x_1 и x_2, причем $x_1<x_2$. Известны вероятность p_1 возможного значения x_1, математическое ожидание M(x) и дисперсия D(x). Найти закон распределения этой случайной величины.

p_1=0,8; M(x)=3,2; D(x)=0,16

А547

Случайная величина X задана функцией распределения F(x). Найти плотность распределения вероятностей, математическое ожидание и дисперсию случайной величины.

$$F(x) \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ x^2/4, & 0 < x \le 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

А557

Известны математическое ожидание а и среднее квадратическое отклонение σ нормально распределенной случайной величины X. Найти вероятность попадания этой величины в заданный интервал (α;β).

$a=4$; $\sigma=5$; $\alpha=2$; $\beta=11$

А567

Задана матрица P_1 вероятностей перехода цепи Маркова из состояния i (i=1,2) в состояние j (j=1,2) за один шаг. Найти матрицу P_2 перехода из состояния i в состояние j за два шага.

$$P_1=\begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0{,}9 & 0{,}1 \end{pmatrix}$$

А577

Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания а нормального распределения с надежностью 0,95, зная выборочную среднюю $\bar{x}$, объем выборки n и среднее квадратическое отклонение σ.

$\bar{x}=75{,}11$; $n=144$; $\sigma=12$, $\gamma=0{,}95$

А8

Даны векторы **a**(1;4;3), **b**(6;8;5), **c**(3;1;4) и **d**(21;18;33) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, b, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

А18

Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти: 1) длину ребра A_1A_2; 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4; 3) угол между ребрами A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4) площадь грани $A_1A_2A_3$; 5) объем пирамиды; 6) уравнение прямой A_1A_2; 7) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$. Сделать чертеж.
$A_1(7;2;2)$ $A_2(5;7;7)$ $A_3(5;3;1)$ $A_4(2;3;7)$.

А28

Даны уравнения двух высот треугольника $x+y=4$ и $y=2x$ и одна из его вершин A(0;2). Составить уравнения сторон треугольника.

A38

Составить уравнение линии, каждая точка которой равноотстоит оси ординат и от окружности $x^2+y^2=4x$. *Замечание.* Напомним, что за расстояние от точки A до фигуры Ф принимается наименьшее из расстояний между точкой A и точками фигуры Ф.

A48

Дана линия своим уравнением в полярной системе координат $r=\dfrac{3}{1-2\cos\varphi}$. Требуется: 1) построить линию по точкам, давая φ значения через промежуток π/8, начиная от φ=0 до φ=2φ; 2) найти уравнение данной линии в прямоугольной декартовой системе координат, у которой начало совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс – с полярной осью; 3) по полученному уравнению определить, какая это линия.

A58

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1-4x_2-2x_3=-3 & (1)\\ 3x_1+x_2+x_3=5 & (2)\\ 3x_1-5x_2-6x_3=-9 & (3)\end{cases}$$

Доказать её совместимость и решить двумя способами: 1) методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

A68

Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x'_1=x_1-3x_2+4x_3\\ x'_2=2x_1+x_2-5x_3\\ x'_3=-3x_1+5x_2+x_3\end{cases} \qquad \begin{cases} x''_1=4x'_1+5x'_2-3x'_3\\ x''_2=x'_1-x'_2-x'_3\\ x''_3=7x'_1+4x'_3\end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее
x_1'' , x_2'' , x_3'' через x_1, x_2, x_3.

A78

Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицы A.

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0\\ -4 & -1 & 0\\ 4 & -8 & -2\end{pmatrix}$$

http://www.kvadromir.com/arutunov.html

A88

Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка. $3x^2 - 2\sqrt{5}xy - y^2 = 8$

A98

Дано комплексное число z. Требуется: 1) записать число z в алгебраической и тригонометрической формах; 2) найти все корни уравнения $w^3+z=0$.

$$z = \frac{-4}{\sqrt{3} - i}$$

A108

Построить график функции y=Acos(ax+b) преобразованием графика функции y=cosx.
y=–2cos(3x+1).

A118

Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

А) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2-3x+1}{3x^2+x-5}$; б) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\sqrt{2x-1}-\sqrt{5}}{x-3}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{tg^2\dfrac{x}{2}}{x^2}$; г) $\lim\limits_{x\to1}(7-6x)^{\frac{x}{3x-3}}$

A128

Заданы функция $y=15^{\frac{1}{8-x}}$ и два значения аргумента $x_1=6$ и $x_2=8$. Требуется:
1)установить, является ли данная функция непрерывной или разрывной для каждого из данных значений аргумента;
2)в случае разрыва функции найти её пределы в точке разрыва слева и справа;
3)сделать схематический чертеж.

A138

Задана функция y=f(x). Найти точки разрыва функции, если они существуют. Сделать чертеж.

$$f(x)=\begin{cases} -x^2, & \text{если } x\le 0, \\ tgx, & \text{если } 0<x\le \pi/4 \\ 2, & \text{если } x>\pi/4 \end{cases}$$

A148

Найти производные $\dfrac{dy}{dx}$ данных функций.

а) $y=3\sqrt[3]{x^5+5x^4-\frac{5}{x}}$; б) $y=\ln\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}$; в) $y=arctg(tg^2 x)$; г) $y=(\sin x)^{\ln x}$;
д) $x-y+a\sin y=0$.

А158

Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$
А) $y=e^{-x}\sin x$; б) $x=2t-t^3$, $y=2t^2$.

А168

Применяя формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа к функции $f(x)=e^x$, вычислить значения e^a и e^b с точностью 0,001. a=0,83 b=0,86.

А178

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=81x-x^4$ на отрезке [–1;4].

А188

В точках А и В находятся источники света силы соответственно F_1 и F_2. Расстояние между точками равно a. На отрезке АВ найти наименее освещенную точку М. *Замечание.* Освещенность точки источником света силы F обратно пропорциональна квадрату расстояния r её от источника света: $E=\frac{kF}{r^2}$, k=const.

А198

Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и, используя результаты исследования построить её график. $y=\frac{x^4}{x^3-1}$.

А208

Исследовать методами дифференциального исчисления функцию $y=(2+x^2)e^{-x^2}$ и, используя результаты исследования построить её график.

А218

Найти уравнение касательной, уравнение нормальной плоскости и вычислить кривизну линии **r**=**r(**t) в точке t_0
$\mathbf{r}(t)=(2t^2-5)\mathbf{i}+(t^2-2t)\mathbf{j}-\sqrt{5-t^2}\cdot\mathbf{k}$; $t_0=2$

А228

Определить количество действительных корней уравнения f(x)=0, отделить эти корни и, применяя метод хорд и касательных, найти их приближенное значение с точностью 0,01.
$x^3+6x-1=0$

А238

Дана функция $z=x\cdot e^{y/x}$. Показать, что $x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$.

А248

Даны функция $z=x^2-y^2+5x+4y$ и две точки A(3;2) и B(3,02; 1,98). Требуется: 1) вычислить значение z_1 функции в точке B; 2) вычислить приближенное значение z_1 функции в точке B, исходя из значения z_0 функции в точке A, заменив приращение функции при переходе от точки A к точке B дифференциалом, и оценить в процентах относительную погрешность, возникающую при замене приращения функции её дифференциалом; 3) составить уравнение касательной плоскости к поверхности z=f(x,y) в точке $C(x_0,y_0,z_0)$.

А258

Найти наименьшее и наибольшее значения функции $z=x^2+2xy-y^2+4x$ в замкнутой области D, заданной системой неравенств $x\le 0$, $y\le 0$, $x+y+2\ge 0$. Сделать чертеж.

А268

Даны функция $z=\ln(3x^2+4y^2)$, точка A(1;3) и вектор $\mathbf{a}=2\mathbf{i}-\mathbf{j}$. Найти: 1) gradz в точке A; 2) производную в точке A по направлению вектора **a**.

А278

Экспериментально получены пять значений искомой функции y=f(x) при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблице. Методом наименьших квадратов найти функцию y=f(x) в виде y=ax+b.

X	1	2	3	4	5
y	5,5	6,5	5,0	3,0	3,5

А288

Найти неопределенные интегралы. В двух первых примерах (п.а и б) проверить результаты дифференцированием.

а) $\int\frac{arctg\sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+x)}dx$; б) $\int x\sin x cox dx$; в) $\int\frac{x^2dx}{x^4-81}$; г) $\int\frac{dx}{3\cos x+4\sin x}$.

http://www.kvadromir.com/arutunov.html

A298

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_{-3}^{7}\sqrt{x^3+36}dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

A308

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$\int_0^3 \frac{dx}{(x-2)^2}$

A318

Вычислить длину дуги полукубической параболы $y=\sqrt{(x-2)^3}$ от точки A(2;0) до точки B(6;8).

A328

Найти общее решение дифференциального уравнения $x^2y'=2xy+3$.

A338

Найти общее решение дифференциального уравнения $y''tgy=2(y')^2$.

A348

Найти частное решение дифференциального уравнения $y''-4y'=6x^2+1$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0)=2$, $y'(0)=3$.

A358

Дана система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt}=-5x-8y \\ \frac{dy}{dt}=-3x-3y \end{cases}$$

Требуется: 1) найти общее решение системы с помощью характеристического уравнения; 2) записать в матричной форме данную систему и её решение.

http://www.kvadromir.com/arutunov.html

A368

Кривая проходит через точку (1;2) и обладает тем свойством, что отношение ординаты любой её точки к абсциссе пропорционально угловому коэффициенту касательной к этой кривой, проведенной в той же точке, с коэффициентом пропорциональности k=3. найти уравнение кривой.

A378

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координатах площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах (a>0).
$y^6=a^2(y^4-x^4)$

A388

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертежи данного тела и его проекции на плоскость XOУ.
$z=0,\ z=1-y^2,\quad x=y^2,\quad x=2y^2+1$

A398

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_L \frac{y^2+1}{y}dx-\frac{x}{y^2}dy$$

вдоль отрезка L=AB прямой от точки A(1;2) до точки B(2;4). Сделать чертеж.

A408

Даны векторное поле $\mathbf{F}=(3x+4y+2z)\mathbf{j}$ и плоскость (p) $x+y+2z-4=0$, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Обозначим основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p), через σ, ограничивающий σ контур – через λ, нормаль к σ, направленную вне пирамиды V, – через **n**. Требуется:
1)вычислить поток векторного поля **F** через поверхность σ в направлении нормали **n**;
2)вычислить циркуляцию векторного поля **F** по замкнутому контуру λ непосредственно и применив теорему Стокса к контуру λ и ограниченной им поверхности σ с нормалью **n**;
3)вычислить поток векторного поля **F** через полную поверхность пирамиды V в направлении внешней нормали к её поверхности непосредственно и применив теорему Остроградского. Сделать чертеж.

A418

Проверить, является ли векторное поле $\mathbf{F}=(7x-2yz)\mathbf{i}+(7y-2xz)\mathbf{j}+(7z-2xy)\mathbf{k}$ потенциальным и соленоидальным. В потенциальности поля **F** найти его потенциал.

A428

Исследовать сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$. $u_n=\dfrac{n^2}{(3n)!}$

А438

Найти радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$. $a_n = \frac{n+1}{3^n (n+2)}$.

А448

Вычислить определенный интеграл $\int_0^b f(x)dx$ с точностью до 0,001, разложив под интегральную функцию в степенной ряд и затем проинтегрировав его почленно.
$f(x)=\sin x^2$, $b=1$

А458

Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения $y=y(x)$ дифференциального уравнения $y'=f(x,y)$, удовлетворяющего начальному условию $y(0)=y_0$.
$y'=\sin x+0{,}5y^2$, $y(0)=1$.

А468

Разложить функцию f(x) в ряд Фурье в интервале (a;b).
$f(x)=x-1$, $(-1;1)$

А478

Методом Даламбера найти уравнение $u=u(x;t)$ формы однородной струны, определяемой волновым уравнением $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, если в начальный момент $t_0=0$ форма струны и скорость точки струны с абсциссой x определяется соответственно заданными функциями $u_{t0}=f(x)$ и $\frac{\partial u}{\partial t}|_{t_0=0} = F(x)$.
$f(x)=x\cdot(x-2)$ $F(x)=e^x$

А488

Представить заданную функцию $W=e^{iz^2}$, где $z=x+iy$, в виде $W=u(x,y)+iv(x,y)$; проверить, будет ли она аналитической, и в случае положительного ответа найти значение её производной в заданной точке $z_0=\frac{\sqrt{\pi}}{2}i$.

А498

Разложить функцию $f(z)=e^{1/(1-z)}$ в ряд Лорана в окрестности точки $z_0=1$ и определить область сходимости ряда.

http://www.kvadromir.com/arutunov.html

A508

Методом операционного исчисления найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям.

$x'' - 4x = t - 1$; $x(0)=0$, $x'(0)=0$.

A518

Методом операционного исчисления найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющее начальным условиям.

$$\begin{cases} x' = y - z \\ y' = x + y, \quad x(0)=1,\ y(0)=2,\ z(0)=3 \\ z' = x + z; \end{cases}$$

A528

Вероятность наступления события в каждом из одинаковых и независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что в 125 испытаниях событие наступит не менее 75 и не более 90 раз.

A538

Дискретная случайная величина X может принимать только два значения: x_1 и x_2, причем $x_1 < x_2$. Известны вероятность p_1 возможного значения x_1, математическое ожидание M(x) и дисперсия D(x). Найти закон распределения этой случайной величины.

A548

Случайная величина X задана функцией распределения F(x). Найти плотность распределения вероятностей, математическое ожидание и дисперсию случайной величины.

$$F(x) \begin{cases} 0, & x \le -\pi/2 \\ \cos(x), & -\pi/2 < x \le 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

A558

Известны математическое ожидание a и среднее квадратическое отклонение σ нормально распределенной случайной величины X. Найти вероятность попадания этой величины в заданный интервал $(\alpha;\beta)$.

$a=3$; $\sigma=2$; $\alpha=3$; $\beta=10$

A568

Задана матрица P_1 вероятностей перехода цепи Маркова из состояния i (i=1,2) в состояние j (j=1,2) за один шаг. Найти матрицу P_2 перехода из состояния i в состояние j за два шага.

$$P_1=\begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}1 \\ 0{,}2 & 0{,}8 \end{pmatrix}$$

A578

Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания а нормального распределения с надежностью 0,95, зная выборочную среднюю $\bar{x}$, объем выборки n и среднее квадратическое отклонение σ.

$\bar{x}=75{,}10$; $n=169$; $\sigma=13$, $\gamma=0{,}95$

A9

Даны векторы **a**(2;7;3), **b**(3;1;8), **c**(2;–7;4) и **d**(16;14;27) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, b, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе. Систему уравнений решить по формулам Крамера.

A19

Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти: 1) длину ребра A_1A_2; 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4; 3) угол между ребрами A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4) площадь грани $A_1A_2A_3$; 5) объем пирамиды; 6) уравнение прямой A_1A_2; 7) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$. Сделать чертеж.
$A_1(8;6;4)$ $A_2(10;5;5)$ $A_3(5;6;8)$ $A_4(8;10;7)$.

A29

Даны уравнения двух медиан треугольника $x–2y+1=0$ и $y–1=0$ и одна из его вершин (1;3). Составить уравнения его сторон.

A39

Составить уравнение линии, каждая точка которой равноудалена от точки A(2;6) и от прямой $y+2=0$.

A59

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 7x_1-5x_2=31 & (1) \\ 4x_1+11x_3=-43 & (2) \\ 2x_1+3x_2+4x_3=-20 & (3) \end{cases}$$

Доказать её совместимость и решить двумя способами: 1) методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

A69

Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x'_1 = 3x_1 + 5x_3 \\ x'_2 = x_1 + x_2 + x_3 \\ x'_3 = 3x_2 - 6x_3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x''_1 = 2x'_1 - x'_2 - 5x'_3 \\ x''_2 = 7x'_1 + x'_2 + 4x'_3 \\ x''_3 = 6x'_1 + 4x'_2 - 7x'_3 \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее
x_1'' , x_2'' , x_3'' через x_1, x_2, x_3.

A79

Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицы А.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}$$

A89

Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка $6x^2 - 4\sqrt{14}xy + 5y^2 = 26$.

A99

Дано комплексное число z. Требуется: 1) записать число z в алгебраической и тригонометрической формах; 2) найти все корни уравнения $w^3+z=0$.

$$z = \frac{1}{\sqrt{3}+i}$$

А109

Построить график функции y=Acos(ax+b) преобразованием графика функции y=cosx.
y=–2cos(x+1).

А119

Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

А) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^4-2x^3+2}{x^4+3}$; б) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\sqrt{1+3x}-\sqrt{2x+6}}{x^2-5x}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos4x}{2xtg2x}$; г) $\lim\limits_{x\to2}(3x-5)^{\frac{2x}{x^2-4}}$

А129

Заданы функция $y=11^{\frac{1}{4+x}}$ и два значения аргумента $x_1=-4$ и $x_2=-2$. Требуется:

1) установить, является ли данная функция непрерывной или разрывной для каждого из данных значений аргумента;
2) в случае разрыва функции найти её пределы в точке разрыва слева и справа;
3) сделать схематический чертеж.

А139

Задана функция y=f(x). Установить, является ли данная функция непрерывной. В случае разрыва функции в некоторой точке найти её пределы слева и справа, классифицировать характер разрыва. Изобразить схематично график функции.

$$f(x)=\begin{cases}-2x, \text{ если } x\le0,\\ x^2+1, \text{ если } 0<x\le1\\ 2, \text{ если } x>1\end{cases}$$

А149

Найти производные $\dfrac{dy}{dx}$ данных функций.

а) $y=5\sqrt[5]{x^2+x+\dfrac{1}{x}}$; б) $y=2^xe^{-x}$; в) $y=\dfrac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$; г) $y=(\cos x)^x$; д) $\ln y=arctg\dfrac{x}{y}$.

А159

Найти $\dfrac{dy}{dx}$ и $\dfrac{d^2y}{dx^2}$

А) $y=x\sqrt{1+x^2}$; б) x=t+lncost, y=t–lnsint.

http://www.kvadromir.com/arutunov.html

A169

Применяя формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа к функции $f(x)=e^x$, вычислить значения e^a и e^b с точностью 0,001. a=0,13 b=0,16.

A179

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=3–2x^2$ на отрезке [–1;3].

A189

Из круглого бревна диаметром d требуется вырезать балку прямоугольного поперечного сечения. Каковы должны быть ширина и высота этого сечения, чтобы балка оказывала наибольшее сопротивление на изгиб?
Замечание. Сопротивление балки на изгиб пропорционально произведению ширины x её поперечного сечения на квадрат его высоты: $Q=kxy^2$, k=const.

A199

Методами дифференциального исчисления исследовать функцию y=f(x) для $\forall x\in R$, и по результатам исследования построить её график. $y=\dfrac{4x^3}{x^3-1}$.

A209

Исследовать математическими методами дифференциального исчисления исследовать функцию y=f(x) и, используя результаты исследования, построить её график. $y=\ln(9-x^2)$.

A219

Найти уравнение касательной, уравнение нормальной плоскости и вычислить кривизну линии **r**=**r(**t) в точке t_0
$r(t)=(2-t)i+\sqrt{25-t^2}\,j+t^2k$; $t_0=4$

A229

Определить количество действительных корней уравнения f(x)=0, отделить эти корни и, применяя метод хорд и касательных, найти их приближенное значение с точностью 0,01.
$x^3+2x+4=0$

A239

Дана функция z=sin(x+ay). Показать, что $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}=a^2\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

А249

Даны функция $z=2xy+3y^2-5x$ и две точки $A(3;4)$ и $B(3{,}04;\ 3{,}95)$. Требуется: 1) вычислить значение z_1 функции в точке B; 2) вычислить приближенное значение z_1 функции в точке B, исходя из значения z_0 функции в точке A, заменив приращение функции при переходе от точки A к точке B дифференциалом, и оценить в процентах относительную погрешность, возникающую при замене приращения функции её дифференциалом; 3) составить уравнение касательной плоскости к поверхности $z=f(x,y)$ в точке $C(x_0,y_0,z_0)$.

А259

Найти наименьшее и наибольшее значения функции $z=x^2+xy-2$ в замкнутой области D, заданной системой неравенств $4x^2-4\le y\le 0$. Сделать чертеж.

А269

Даны функция $z=3x^4+2x^2y^3$, точка $A(-1;2)$ и вектор $\mathbf{a}=4\mathbf{i}-3\mathbf{j}$. Найти: 1) gradz в точке A; 2) производную в точке A по направлению вектора **a**.

А279

Экспериментально получены пять значений искомой функции y=f(x) при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблице. Методом наименьших квадратов найти функцию y=f(x) в виде y=ax+b.

X	1	2	3	4	5
y	5,7	6,7	5,2	3,2	3,7

А289

Найти неопределенные интегралы. В двух первых примерах (п.а и б) проверить результаты дифференцированием.

а) $\int \frac{\sin x}{\sqrt[3]{3+2\cos x}}dx$; б) $\int x^2 \sin 4x dx$; в) $\int \frac{x^2-x+1}{x^4+2x^2-3}dx$; г) $\int \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt[6]{x}+1)dx}{\sqrt[3]{x^2}}$.

А299

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_{-2}^{8}\sqrt{x^3+8}dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

А309

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-3)^2}}$$

A319

Вычислить длину дуги кардиоиды $r=3(1-\cos\varphi)$.

A329

Найти общее решение дифференциального уравнения.
$x^2y'+y^2-2xy=0$

A339

Найти общее решение дифференциального уравнения $y''-2y'\mathrm{tg}x=\sin x$.

A349

Найти частное решение дифференциального уравнения $y''-2y'+y=16e^x$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0)=1$, $y'(0)=2$.

A359

Дана система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=-x-5y \\ \dfrac{dy}{dt}=-7x-3y \end{cases}$$

Требуется: 1) найти общее решение системы с помощью характеристического уравнения; 2) записать в матричной форме данную систему и её решение.

A369

Кривая проходит через точку (1;5) и обладает тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси ординат касательной, равен утроенной абсциссе точки касания. Найти уравнение кривой.

A379

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координатах площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a>0$).
$(x^2+y^2)^2=a^2(2x^2+3y^2)$

A389

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертежи данного тела и его проекции на плоскость XOY.
$z=0$, $z=1-x^2$, $y=0$, $y=3-x$

A399

Вычислить криволинейный интеграл
$$\int_L (xy-x^2)dx+xdy$$
вдоль дуги L параболы $y=2x^2$ от точки A(0;0) до точки B(1;2). Сделать чертеж.

A409

Даны векторное поле $\mathbf{F}=(5x+2y+3z)\mathbf{k}$ и плоскость (p) $x + y + 3z - 3 = 0$, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Обозначим основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p), через σ, ограничивающий σ контур – через λ, нормаль к σ, направленную вне пирамиды V, – через **n**. Требуется:

1) вычислить поток векторного поля **F** через поверхность σ в направлении нормали **n**;
2) вычислить циркуляцию векторного поля **F** по замкнутому контуру λ непосредственно и применив теорему Стокса к контуру λ и ограниченной им поверхности σ с нормалью **n**;
3) вычислить поток векторного поля **F** через полную поверхность пирамиды V в направлении внешней нормали к её поверхности непосредственно и применив теорему Остроградского. Сделать чертеж.

A419

Проверить, является ли векторное поле $\mathbf{F}=(3x-yz)\mathbf{i}+(3y-xz)\mathbf{j}+(3z-xy)\mathbf{k}$ потенциальным и соленоидальным. В потенциальности поля **F** найти его потенциал.

A479

Методом Даламбера найти уравнение $u=u(x;t)$ формы однородной струны, определяемой волновым уравнением $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, если в начальный момент $t_0=0$ форма струны и скорость точки струны с абсциссой x определяется соответственно заданными функциями $u_{t0}=f(x)$ и $\frac{\partial u}{\partial t}|_{t_0=0}=F(x)$.

$f(x)=\cos x$ $F(x)=\sin x$

A489

Представить заданную функцию $W=z^3+z^2+i$, где $z=x+iy$, в виде $W=u(x,y)+iv(x,y)$; проверить, будет ли она аналитической, и в случае положительного ответа найти значение её производной в заданной точке $z_0= 2i/3$.

A499

Разложить функцию $f(z)=\dfrac{z}{1+z^2}$ в ряд Лорана в окрестности точки $z_0=i$ и определить область сходимости ряда.

A509

Методом операционного исчисления найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям.
$x''+2x'+x=\cos(t)$; $x(0)=0$, $x'(0)=0$.

A519

Методом операционного исчисления найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющее начальным условиям.

$$\begin{cases} x'+y'=0, \\ x'-2y'+x=0; \end{cases} \qquad x(0)=1,\ y(0)=-1$$

A529

На трех станках при одинаковых и независимых условиях изготавливаются детали одного наименования. На первом станке изготавливают 10%, на втором – 30%, и на третьем – 60% всех деталей. Вероятность каждой детали быть бездефектной равна 0,7, если она изготовлена на первом станке, 0,8 –если на втором станке, и 0,9 – если на третьем. Найти вероятность того, что наугад взятая деталь окажется бездефектной.

A539

Дискретная случайная величина X может принимать только два значения: x_1 и x_2, причем $x_1<x_2$. Известны вероятность p_1 возможного значения x_1, математическое ожидание M(x) и дисперсия D(x). Найти закон распределения этой случайной величины.

$p_1=0,4$; $M(x)=3,6$; $D(x)=0,24$

A549

Случайная величина X задана функцией распределения F(x). Найти плотность распределения вероятностей, математическое ожидание и дисперсию случайной величины.

A559

Известны математическое ожидание a и среднее квадратическое отклонение σ нормально распределенной случайной величины X. Найти вероятность попадания этой величины в заданный интервал (α;β).
$a=2$; $\sigma=5$; $\alpha=4$; $\beta=9$

A569

Задана матрица P_1 вероятностей перехода цепи Маркова из состояния i (i=1,2) в состояние j (j=1,2) за один шаг. Найти матрицу P_2 перехода из состояния i в состояние j за два шага.

$$P_1=\begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0{,}2 & 0{,}8 \end{pmatrix}$$

A579

Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания a нормального распределения с надежностью 0,95, зная выборочную среднюю x, объем выборки n и среднее квадратическое отклонение σ.

$\bar{x}=75{,}09$; $n=196$; $\sigma=14$, $\gamma=0{,}95$

A410

Даны векторы **a**(7;2;1), **b**(4;3;5), **c**(3;4;-2) и **d**(2;-5;-13) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, b, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

A20

Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти: 1) длину ребра A_1A_2; 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4; 3) угол между ребрами A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4) площадь грани $A_1A_2A_3$; 5) объем пирамиды; 6) уравнение прямой A_1A_2; 7) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$. Сделать чертеж.
$A_1(7;7;3)$ $A_2(6;5;8)$ $A_3(3;5;8)$ $A_4(8;4;1)$.

A30

Две стороны треугольника заданы уравнениями 5x–2y–8=0 и 3x–2y–8=0, а середина третьей стороны совпадает с началом координат. Составить уравнение этой стороны.

A40

Составить уравнение линии, каждая точка которой отстоит от точки A(–4;0) втрое дальше, чем от начала координат.

A50

Дана линия своим уравнением в полярной системе координат $r=\dfrac{5}{6+3\cos\varphi}$. Требуется: 1) построить линию по точкам, давая φ значения через промежуток π/8, начиная от φ=0 до φ=2φ; 2) найти уравнение данной линии в прямоугольной декартовой системе координат, у которой начало совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс – с полярной осью; 3) по полученному уравнению определить, какая это линия.

http://www.kvadromir.com/arutunov.html

А60

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1+2x_2+4x_3=31 & (1) \\ 5x_1+x_2+2x_3=20 & (2) \\ 3x_1-x_2+x_3=10 & (3) \end{cases}$$

Доказать её совместимость и решить двумя способами: 1) методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

А70

Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x'_1 = x_1 + 2x_2 + 2x_3 \\ x'_2 = -3x_2 + x_3 \\ x'_3 = 2x_1 + 3x_3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x''_1 = 3x'_1 + x'_2 \\ x''_2 = x'_1 - 2x'_2 - x'_3 \\ x''_3 = 3x'_2 + 2x'_3 \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее
x_1'' , x_2'' , x_3'' через x_1, x_2, x_3.

А80

Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицы А.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 13 & 0 \end{pmatrix}$$

А90

Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка. $x^2 - 2\sqrt{21}xy + 5y^2 = 24$

А100

Дано комплексное число z. Требуется: 1) записать число z в алгебраической и тригонометрической формах; 2) найти все корни уравнения $w^3+z=0$.

$$z = \frac{1}{\sqrt{3}-i}$$

A110

Построить график функции y=Acos(ax+b) преобразованием графика функции y=cosx.
y=–3cos(3x+2).

A120

Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

А) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^5-3x^2+9}{2x^5+2x^2+5}$; б) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{\sqrt{2x}-2}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}5x ctg 3x$; г) $\lim\limits_{x\to 0}(3x-8)^{\frac{2}{x-3}}$

A130

Заданы функция $y=13^{\frac{1}{5+x}}$ и два значения аргумента $x_1=-5$ и $x_2=-3$. Требуется:
1)установить, является ли данная функция непрерывной или разрывной для каждого из данных значений аргумента;
2)в случае разрыва функции найти её пределы в точке разрыва слева и справа;
3)сделать схематический чертеж.

A140

Задана функция y=f(x). Найти точки разрыва функции, если они существуют. Сделать чертеж.

$$f(x)=\begin{cases}-2x, \text{ если } x\le 0,\\ \sqrt{x}, \text{ если } 0<x<4\\ 1, \text{ если } x\ge 4\end{cases}$$

A150

Найти производные $\dfrac{dy}{dx}$ данных функций.

а) $y=\sqrt{x^2+1}+\sqrt[3]{x^3+1}$; б) $y=\dfrac{1}{3}tg^3x-tgx+x$; в) $y=arctg\sqrt{\dfrac{3-x}{x-2}}$; г) $y=(\cos x)^{x^2}$;

д) $x-y+e^y arctgx=0$.

A160

Найти $\dfrac{dy}{dx}$ и $\dfrac{d^2y}{dx^2}$

А) $y=xe^{-x^2}$; б) x=lnt, $y=\dfrac{1}{2}(t+\dfrac{1}{t})$.

http://www.kvadromir.com/arutunov.html

A170

Применяя формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа к функции $f(x)=e^x$, вычислить значения e^a с точностью 0,001. a=0,59.

A180

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=x-\sin x$ на отрезке $[-\pi;\pi]$.

A190

Требуется изготовить открытый цилиндрический бак данного объема V. Стоимость квадратного метра материала, идущего на изготовление дна бака, равно p_1 руб., а стенок – p_2 руб. Каковы должны быть радиус дна и высота бака, чтобы затраты на материал для его изготовления были наименьшими?

A200

Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и, используя результаты исследования построить её график. $y=\dfrac{2-4x^2}{1-4x^2}$.

A210

Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и, используя результаты исследования построить её график. $y=(x-1)e^{3x+1}$.

A220

Найти уравнение касательной, уравнение нормальной плоскости и вычислить кривизну линии $\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)$ в точке t_0

$\mathbf{r}(t)=\ln(t-3)\mathbf{i}-t\mathbf{j}+(t^2-16)\mathbf{k}$; $t_0=4$

A230

Определить количество действительных корней уравнения f(x)=0, отделить эти корни и, применяя метод хорд и касательных, найти их приближенное значение с точностью 0,01.

$x^3+ax+b=0$, a=1, b=–4

A240

Дана функция $z=\cos y+(y-x)\sin y$. Показать, что $(x-y)\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-\dfrac{\partial z}{\partial y}=0$.

А250

Даны функция $z=xy+2y^2-2x$ и две точки A(1;2) и B(0,97; 2,03). Требуется: 1) вычислить значение z_1 функции в точке B; 2) вычислить приближенное значение z_1 функции в точке B, исходя из значения z_0 функции в точке A, заменив приращение функции при переходе от точки A к точке B дифференциалом, и оценить в процентах относительную погрешность, возникающую при замене приращения функции её дифференциалом; 3) составить уравнение касательной плоскости к поверхности $z=f(x,y)$ в точке $C(x_0,y_0,z_0)$.

А260

Найти наименьшее и наибольшее значения функции $z=x^2+xy$ в замкнутой области D, заданной системой неравенств $-1\le x\le 1$, $0\le y\le 3$. Сделать чертеж.

А270

Даны функция $z=3x^2y^2+5xy^2$, точка A(1;1) и вектор $\mathbf{a}=2\mathbf{i}+\mathbf{j}$. Найти: 1) gradz в точке A; 2) производную в точке A по направлению вектора **a**.

А280

Экспериментально получены пять значений искомой функции y=f(x) при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблице. Методом наименьших квадратов найти функцию y=f(x) в виде y=ax+b.

x	1	2	3	4	5
y	5,9	6,9	5,4	3,4	3,9

А290

Найти неопределенные интегралы. В двух первых примерах (п.а и б) проверить результаты дифференцированием.

а) $\int \frac{\sqrt[3]{4+\ln x}}{x}dx$; б) $\int x\ln^2 x dx$; в) $\int \frac{(x^3-6)dx}{x^4+6x^2+8}$; г) $\int \frac{dx}{2\sin x+\cos x+2}$.

А300

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_{-2}^{8}\sqrt{x^3+11}dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

А310

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{x^2+4x+5}$$

А320

Вычислить длину дуги одной арки циклоиды x=3(t-sint), y=3(1–cost) ($0 \le t \le 2\pi$).

А330

Найти общее решение дифференциального уравнения xy'+ y=x+1.

А340

Найти общее решение дифференциального уравнения $3yy''+(y')^2=0$.

А350

Найти частное решение дифференциального уравнения $y''+6y'+9y=10e^{-3x}$, удовлетворяющее начальным условиям y(0)=3, y'(0)=2.

А360

Дана система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -7x+5y \\ \dfrac{dy}{dt} = 4x-8y \end{cases}$$

Требуется: 1) найти общее решение системы с помощью характеристического уравнения; 2) записать в матричной форме данную систему и её решение.

А370

Кривая проходит через точку (2;4) и обладает тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси абсцисс касательной, проведенной в любой точке кривой, равен кубу абсциссы точки касания. Найти уравнение кривой.

А380

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координатах площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах (a>0).
$y^6=a^2(3y^2-x^2)(y^2+x^2)$

А390

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертежи данного тела и его проекции на плоскость XOY.
$z=0,\ z=4\sqrt{y},\quad x=0,\ y+y=4$

A400

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_L \frac{y}{x}dx + xdy$$

вдоль дуги L кривой y=lnx от точки A(1;0) до точки B(e;1). Сделать чертеж.

A410

Даны векторное поле **F=**(x –3y+6z)**i** и плоскость (p) –x+y+2z – 4 =0, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Обозначим основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p), через σ, ограничивающий σ контур – через λ, нормаль к σ, направленную вне пирамиды V, – через **n**. Требуется:
1)вычислить поток векторного поля **F** через поверхность σ в направлении нормали **n**;
2)вычислить циркуляцию векторного поля **F** по замкнутому контуру λ непосредственно и применив теорему Стокса к контуру λ и ограниченной им поверхности σ с нормалью **n**;
3)вычислить поток векторного поля **F** через полную поверхность пирамиды V в направлении внешней нормали к её поверхности непосредственно и применив теорему Остроградского. Сделать чертеж.

A420

Проверить, является ли векторное поле **F=(9**x+5yz)**i**+(9y+5xz)**j**+(9z+5xy)**k** потенциальным и соленоидальным. В потенциальности поля **F** найти его потенциал.

A430

Исследовать сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$. $u_n = \dfrac{n^{n+1}}{(n+1)!}$

A440

Найти радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$. $a_n = \dfrac{n+2}{n(n+1)}$.

A450

Вычислить определенный интеграл $\int_0^b f(x)dx$ с точностью до 0,001, разложив под интегральную функцию в степенной ряд и затем проинтегрировав его почленно.
f(x)=$\sqrt{1+x^2}$, b=0,5

http://www.kvadromir.com/arutunov.html

A460

Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения y=y(x) дифференциального уравнения y'=f(x,y), удовлетворяющего начальному условию $y(0)=y_0$.
$y'=x+x^2+y^2$,   y(0)=5.

A470

Разложить функцию f(x) в ряд Фурье в интервале (a;b).

$$f(x)=\begin{cases} 2, & -\pi<x<0 \\ 1, & 0\le x<\pi \end{cases} \qquad (-\pi;\pi)$$

A480

Методом Даламбера найти уравнение u=u(x;t) формы однородной струны, определяемой волновым уравнением $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, если в начальный момент $t_0=0$ форма струны и скорость точки струны с абсциссой x определяется соответственно заданными функциями $u_{t0}=f(x)$ и $\frac{\partial u}{\partial t}|_{t_0=0}=F(x)$.

$f(x)=e^{-x}$ $F(x)=v_0$

A490

Представить заданную функцию $W=ze^z$, где z=x+iy, в виде W=u(x,y)+iv(x,y); проверить, будет ли она аналитической, и в случае положительного ответа найти значение её производной в заданной точке $z_0= -1+i\pi$.

A500

Разложить функцию $f(z)=\frac{1}{(z-3)^2}$ в ряд Лорана в окрестности точки $z_0=\infty$ и определить область сходимости ряда.

A510

Методом операционного исчисления найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям.
$x''+3x'+2x=1+t+t^2$;   x(0)=0, x'(0)=1.

A520

Методом операционного исчисления найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющее начальным условиям.

$$\begin{cases} x'+y=0, \\ y'-2x-2y=0; \end{cases} \qquad x(0)=1,\ y(0)=1$$

http://www.kvadromir.com/arutunov.html